

ВЛИЯНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА НА КРИСТАЛЛИЗАЦИЮ ЖИДКОСТИ

EFFECT OF HEAT EXCHANGE PROCESS ON LIQUID CRYSTALLIZATION

Ященко С.М., кандидат технических наук, доцент, доцент, ФГКВОУ ВО Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Россия

Yashchenko S.M., PhD in Technical Sciences, Docent, Associate Professor, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia

Аннотация. Разработана математическая модель теплопроводности в системах с подвижной границей раздела, позволяющая: адекватно описать процесс теплообмена в условиях воздушного замораживания; рассчитать температурное поле и продолжительность процесса замораживания, определить количество вымороженной влаги, а также методику приближенного расчета времени замораживания. Отмечены преимущества сверхбыстрого замораживания. Полученные результаты использовали в технических расчетах. Экспериментальные исследования направлены на создание новых видов оборудования холодильной техники, их расчета и конструирования.

Ключевые слова: теплообмен, кристаллизация, температура, твердая и жидкая фаза.

Abstract. A mathematical model of thermal conductivity in systems with a movable interface has been developed, which allows: to adequately describe the heat exchange process under air freezing conditions; calculate the temperature field and the duration of the freezing process, determine the amount of frozen moisture, as well as the procedure for approximate calculation of the freezing time. The benefits of ultra-fast freezing are noted. The results obtained were used in technical calculations. Experimental studies are aimed at creating new types of refrigeration equipment, their calculation and design.

Keywords: thermal exchange, crystallization, temperature, solid and liquid phase.

При замораживании скорость замерзания зависит от размера продуктов, температуры паров хладагента и скорости его подачи. Если размеры или толщина слоя продуктов заданы, то скорость замерзания тем выше, чем ниже температура криогенных паров [1].

Снижение температуры испарения связано с увеличением мощности холодильных машин. Для обеспечения одинаковой интенсивности замораживания при низких температурах требуются машины более высокой мощности, чем при более высокой температуре. А это влечет за собой повышенный расход электроэнергии и, в конечном итоге повышает стоимость процесса замораживания [2].

Ускорить процесс замерзания можно и путем увеличения скорости циркуляции паров хладагента. Это влечет за собой рост коэффициента теплоотдачи от паров к продукту [3]. Чем

выше скорость паров, тем большим оказывается его подогрев. Для компенсации этого подогрева требуется дополнительная холодильная мощность. Таким образом, рост скорости циркуляции потока, имеет предел с точки зрения экономичности оборудования.

Задачу кристаллизации жидкости называют задачей о теплопроводности в системах с подвижной границей раздела. Модель исследования, оправдывающая это название задачи, произведено в представлении о движении грани раздела между отвердевшей и жидкой фазами от периферии в глубь тела по мере отвода тепла от его плоскости. Отвердевшую в этом процессе жидкость оценивают, как не подверженную свободному или же принужденному конвективному перемещению, в случае если она распределена в облике маленьких подключений в пористом жестком теле или же по-другому, механически связана с неподвижной скелетной структурой тела, а еще в случае если вязкость отвердевающей жидкости велика.

В общем случае неувязка решается с помощью задачи Стефана, сообразная условиям последовательной кристаллизации, имеет возможность быть сформулирована следующим образом. Существует сфера, занимающаяся новейшей фазой, сквозь которую исполняется теплоподвод. На плоскости раздела сосуществующих фаз сберегается температура их равновесия T_k и имеет место тепловой баланс между тепловым эффектом превращения и тепловыми потоками. Приняв конкретный закон теплопередачи в новой и старой фазе, а еще принимая во внимание краевые обстоятельства на плоскости всего рассматриваемого размера и исходную температуру системы, следует найти температурные поля в старой и новой фазе, а вслед за тем закон изменения размеров и формы области, занятой новой фазой.

Последовательная кристаллизация осуществляется в полупространстве $x > 0$, а на поверхности $x = 0$ все время сохраняется температура $T_n = \text{const}$, меньшая T_k . Ясно, что в этом случае граница раздела фаз будет иметь координату x_0 , определяемую выражением $T(x_0, t) = T_k$, и будет представлять собой плоскость, параллельную поверхности рассматриваемого объема $x = 0$ (t – соответствующий момент времени) [4].

В описанном простейшем случае проблема Стефана формулируется следующим образом.

Имеется система, состоящая из твердой и жидкой фаз, которая занимает полупространство $x > 0$. Область $0 < x < y(t)$ в данный момент времени t занята твердой фазой, а $x > y(t)$ – жидкостью. В начальный момент твердая фаза отсутствует, т.е. $y(t) = 0$. Плоскость $x = 0$ ограничивает систему снаружи. При $t > 0$ эта плоскость имеет постоянную температуру T_n , меньшую T_k . Вдали от фронта кристаллизации ($x \gg y(t)$) сохраняется начальная температура жидкости $T_n > T_k$ (таким образом, считается, что жидкость перед началом охлаждения с поверхности $x = 0$ перегрета).

Если считать, что теплоперенос в твердой и жидкой фазах осуществляется по закону Фурье, и не принимать во внимание температурную зависимость теплофизических характеристик сосуществующих сред, то температурное поле в каждой из фаз описывается следующими дифференциальными уравнениями в частных производных (ниже индексы «т» и «ж» относятся соответственно к твердой жидким фазам):

$$\frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2} = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T_T}{\partial t}; 0 < x < y(t)$$

$$\frac{\partial^2 T_{\text{ж}}}{\partial x^2} = \frac{1}{a_{\text{ж}}} \frac{\partial T_{\text{ж}}}{\partial t}; \quad y(t) < x < \infty, \quad (1)$$

где a – температуропроводность, $\text{м}^2/\text{с}$.

В момент $t = 0$ твердая фаза отсутствует, поэтому:

$$T_{\text{ж}}(x, 0) = T_H \quad \text{при } x > 0. \quad (2)$$

При $x = 0$ сохраняется ($t > 0$) температура, равная $T_{\text{п}}$:

$$T_T(0, t) = T_{\text{п}}. \quad (3)$$

Так как тепловой контакт на поверхности раздела фаз считается идеальным, при $x = y(t)$ температуры жидкости и твердой фазы одинаковы и равны температуре равновесного сосуществования фаз:

$$T_{\text{ж}}[y(t), t] = T_T[y(t), t] = T_K. \quad (4)$$

Вдали от фронта кристаллизации сохраняется исходная температура:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} T_{\text{ж}}(x, t) = T_H. \quad (5)$$

На движущемся фронте фазового перехода выделяется скрытая теплота превращения, которая отводится через твердую фазу вместе с теплом перегрева.

$$\lambda_T \left(\frac{\partial T_T}{\partial x} \right)_{x=y(t)} = Q_0 \gamma \frac{dy}{dt} + \lambda_{\text{ж}} \left(\frac{\partial T_{\text{ж}}}{\partial x} \right)_{x=y(t)}, \quad (6)$$

где Q_0 – скрытая теплота кристаллизации на единицу массы.

Выражение (6) – уравнение теплового баланса на фронте кристаллизации – служит для определения $y(t)$.

Из уравнений (1) и условий (2)-(6) находятся три неизвестные функции: $T_T(x, t)$, $T_{\text{ж}}(x, t)$ и $y(t)$. В рассматриваемом простейшем варианте задачи оказывается возможным получить решение в замкнутом виде. После подстановки новой переменной $u = x / \sqrt{2t}$ в уравнение (1) и последующего нахождения общих решений получившихся уравнений и произвольных постоянных из условий (2)-(5) окончательно получаем:

$$T_T = T_{\text{п}} + (T_K - T_{\text{п}}) \frac{\text{erf}(u / \sqrt{2a_T})}{\text{erf}(\beta / \sqrt{2a_T})}$$

$$T_T = T_H - (T_H - T_K) \frac{\text{erfc}(u / \sqrt{2a_{\text{ж}}})}{\text{erfc}(\beta / \sqrt{2a_{\text{ж}}})}, \quad (7)$$

здесь принято $y(t) = \beta / \sqrt{2t}$, β – постоянная величина.

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2} d\eta; \quad \text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x),$$

где $\text{erf}(x)$ – табулированная функция. В переменных x и t выражения (7) имеют вид:

$$T_T = T_{II} + (T_K - T_{II}) \frac{\operatorname{erf}((x/2)\sqrt{a_T t})}{\operatorname{erf}(\beta/\sqrt{2a_T})}$$

$$T_T = T_H - (T_H - T_K) \frac{\operatorname{erfc}((x/2)\sqrt{a_{Ж} t})}{\operatorname{erfc}(\beta/\sqrt{2a_{Ж}})} . \quad (8)$$

Значение β определяется из трансцендентного уравнения, которое получается в результате подстановки (8) в (6).

Схематически распределение температур в системе твердое тело-жидкость представлено на рисунке 1.

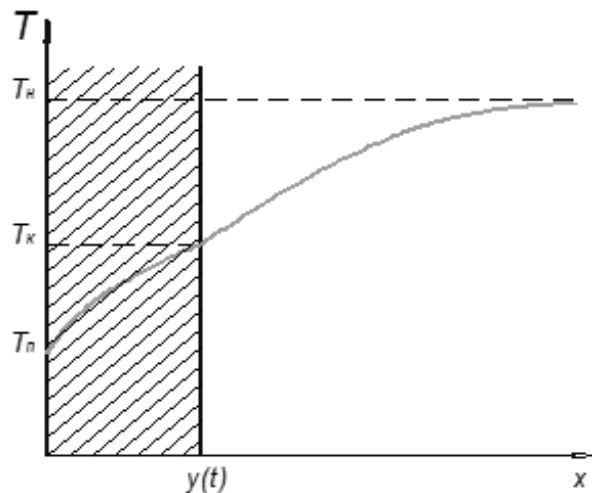


Рисунок 1 – Распределение температур в случае задачи Стефана в простейшей постановке: заштрихованная область – твердая фаза; при $x > y(t)$ – жидкость

Однако данные рассуждения пригодны лишь для больших значений t , физическая необоснованность соотношения $y(t) = \beta / \sqrt{2t}$ для малых значений t видна из следующих соображений. Из указанного соотношения следует: $\frac{dy}{dt} = \frac{\beta}{\sqrt{2t}}$. Таким образом, при $t \rightarrow 0$ скорость перемещения фронта кристаллизации стремится к бесконечно большой величине, что нельзя согласовать с определенной конечной скоростью протекания собственно процесса кристаллизации. Это несоответствие является прямым следствием принятых при постановке задачи упрощений истинных условий кристаллизации.

В обобщенной постановке проблемы Стефана вместо требования равенства температуры на фронте кристаллизации температуре T_K вводится условие нормального роста кристалла:

$$\frac{dy}{dt} = K \Delta T , \quad (9)$$

где K – кинетический коэффициент, характеризующий скорость обмена атомами между твердой и жидкой фазами. При небольших значениях ΔT в первом приближении можно

считать $K = \text{const}$.

Теперь искомыми функциями являются температурные поля в сосуществующих фазах, а также функции $y(t)$ и $\Delta T(t)$. Если сохранить прежние краевые условия, то решение задачи уже нельзя получить в простом, замкнутом виде. Однако по крайней мере в двух случаях могут быть найдены решения указанной проблемы в простой, замкнутой форме [5]:

А. Рассмотрение одномерного роста кристалла на подложке при условии, что кинетика собственно процесса кристаллизации может считаться нормальной, а теплопередача в жидкой фазе описывается законом Фурье.

Б. Случай реализации ситуации, характеризуемый полным, интенсивным перемешиванием расплава, который находится при температуре кристаллизации и отдает тепло переохлажденной твердой фазе.

Приводимые ниже формулы, как и указанное выше решение проблемы Стефана в классической постановке, описывают процесс для не очень малых значений t .

В случае А (рисунок 2) кристалл растет от поверхности подложки, занимающей область $x < 0$ и первоначально имеющей температуру T_0 . В месте соприкосновения подложки с кристаллом имеется тепловое сопротивление равное $1/H$. Теплофизические характеристики твердой и жидкой фаз считаются постоянными, а на поверхности $x = y(t)$ имеет место, кроме соотношения (9), условие теплового баланса (6).

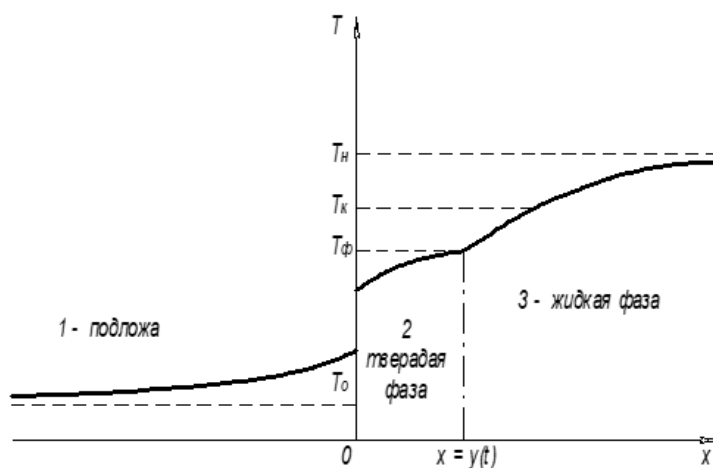


Рисунок 2 – Схематическое распределение температур при последовательной кристаллизации от поверхности подложки (случай А). На поверхности $x = 0$ – неидеальный контакт с подложкой

На рисунке T_ϕ температура на фронте кристаллизации. Математически задача формулируется следующим образом (ниже индекс 1 обозначает подложку, 2 – твердый кристалл, 3 – расплав). Теплопередача во всех трех сосуществующих средах описывается уравнением Фурье:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = \frac{1}{a_i} \frac{\partial T_i}{\partial t}; \quad i = 1, 2, 3. \quad (10)$$

На поверхности соприкосновения подложки с растущим кристаллом отсутствуют тепловые источники и имеется тепловое сопротивление $1/H$. Следовательно,

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=0} = H [T_2(0, t) - T_1(0, t)]. \quad (11)$$

На перемещающейся поверхности кристалла имеет место тепловой баланс и условие (9).

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\lambda_2}{Q_0 \gamma} \left[\left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=y(t)} - \left(\frac{\partial T_3}{\partial x} \right)_{x=y(t)} \right] = K \Delta T. \quad (12)$$

Температуры твердой и жидкой фаз при $x = y(t)$ равны и зависят от dy/dt :

$$T_2[y(t), t] = T_3[y(t), t] = T_K - \frac{1}{K} \frac{dy}{dt} = T_\phi. \quad (13)$$

Вдали от фронта кристаллизации сохраняется начальная температура расплава:

$$T_3(\infty, t) = T_H > T_K. \quad (14)$$

Есть возможность удовлетворить всем перечисленным условиям, если исходить из решения уравнений (10) в форме:

$$T_i(x, t) = A_i + B_i \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_i t}} \right) + \frac{C_i}{2\sqrt{\pi a_i t}} e^{-x^2/4a_i t}; \quad i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

В случае Б (рисунок 3) в жидкой фазе имеет место теплопередача путем интенсивной конвекции. Температура жидкой фазы равна T_K . От жидкой к твердой фазе осуществляется теплопередача при наличии теплового сопротивления на границе раздела фаз.

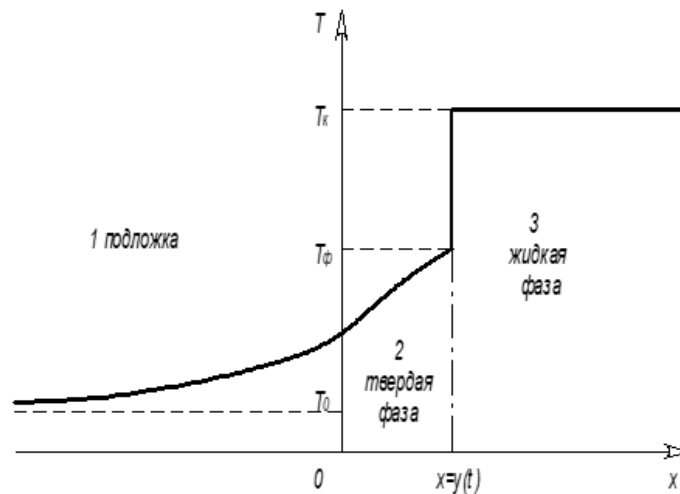


Рисунок 3 – Схематическое распределение температур при последовательной кристаллизации от поверхности подложки без перегрева. Идеальный контакт областей 1 и 2, интенсивное перемешивание

Идеальный контакт кристалла с подложкой осуществляется по плоскости $x = 0$, градиенты температур в жидкости отсутствуют. В этих условиях температурные поля в подложке (индекс 1) и кристалле (индекс 2) удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial t}. \quad (16)$$

На достаточно большом расстоянии от поверхности контакта с кристаллом ($x = 0$) в подложке сохраняется исходная температура $T_1(-\infty, t) = T_0$.

Вследствие идеальности теплового контакта кристалла с подложкой имеем равенство $T_1(0, t) = T_2(0, t)$.

Отсутствие источников и стоков тепла при $x = 0$ выражается соотношением:

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=0}. \quad (17)$$

На фронте кристаллизации, как и в случае А имеем:

$$T_2[y(t), t] = T_\phi(t) = T_K - \frac{1}{K} \frac{dy}{dt}. \quad (18)$$

Тепловой поток от фронта кристаллизации через твердую фазу равен сумме, состоящей из члена, обусловленного скрытой теплотой превращения, и слагаемого, выражающего теплопередачу от расплава к твердой фазе:

$$\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=y(t)} = Q_0 \gamma \frac{dy}{dt} + D [T_K - T_\phi(t)] = \left(Q_0 \gamma + \frac{D}{K} \right) \frac{dy}{dt}, \quad (19)$$

где D – коэффициент интенсивности отдачи тепла от жидкой фазы к внутренней поверхности твердой фазы, а в качестве теплоты превращения на единицу массы входит величина:

$$Q_{\phi} = Q_0 + \frac{D}{\gamma K}. \quad (20)$$

Из решений задачи следует: $y(t) = 2\beta_1 \sqrt{t}$, где β_1 – постоянная величина. Значение β_1 зависит от величины Q_{ϕ} .

Решения уравнений (16) находятся в виде:

$$T_i(x, t) = A_i + B_i \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_i t}} \right) + \frac{C_i}{2\sqrt{\pi a_i t}} e^{-x^2/4a_i t} + \frac{D_i e^{-x^2/4a_i t}}{2\sqrt{\pi a_i t}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\pi a_i t}}} e^{\eta^2} d\eta; \quad i = 1, 2. \quad (21)$$

Но в проблеме Стефана о перемещении пределов фазового перехода считается, что процедура кристаллизации проходит при присутствии стабильной температуры (ступень фазового перехода). На границе разделения фаз значения теплофизических характеристик (теплопроводность, теплоемкость, удельное сопротивление) изменяются скачком. Передвижение пределов разделения фаз согласно направленности нормали к данной плоскости в единицу периода именуют темп замораживания; согласно ее величине возможно оценивать насыщенность движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яценко, С. М. Исследование продолжительности процесса замораживания и распределения температуры по толщине тестовой заготовки при разработке экономически

оправданной технологии / С. М. Ященко, В. В. Кузнецова // Экономика. Инновации. Управление качеством. – 2017. – № 1(18). – С. 44-45.

2. Ященко, С. М. Инновационная технология сверхбыстрого замораживания тестовых заготовок / С. М. Ященко, В. В. Кузнецова, А. А. Саввин // Стандартизация, управление качеством и обеспечение информационной безопасности в перерабатывающих отраслях АПК и машиностроении : Материалы Международной научной-технической конференции, Воронеж, 09 декабря 2015 года. – Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2015. – С. 246-247.

3. Ященко, С. М. Интенсификация процесса сверхбыстрого замораживания тестовых заготовок / С. М. Ященко, В. В. Кузнецова, А. А. Саввин // Системный анализ и моделирование процессов управления качеством в инновационном развитии агропромышленного комплекса : Материалы II Международной научно-практической конференции, Воронеж, 05 апреля 2016 года. – Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2016. – С. 248-249.

4. Кретов, И. Т. О производстве хлебобулочных изделий из замороженных тестовых полуфабрикатов / И. Т. Кретов, А. М. Барбашин, В. В. Пойманов // Хлебопечение России. – 2001. – №2. – С. 17-20.

5. Богатырев, А. Н. Консервирование холодом / А. Н. Богатырев, В. Е. Куцакова. – Новосибирск, 1992. – 162 с.

REFERENCES

1. Yashchenko, S. M. Research of the duration of the freezing process and the distribution of temperature along the thickness of the dough piece in the development of economically justified technology / S. M. Yashchenko, V. V. Kuznetsova // Economics. Innovations. Quality Management. – 2017. – No. 1(18). – P. 44-45.

2. Yashchenko, S. M. Innovative technology of ultra-fast freezing of dough pieces / S. M. Yashchenko, V. V. Kuznetsova, A. A. Savvin // Standardization, Quality Management, and Information Security in the Processing Industries of the Agro-Industrial Complex and Mechanical Engineering: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference, Voronezh, December 9, 2015. – Voronezh : Voronezh State University of Engineering Technologies, 2015. – P. 246-247.

3. Yashchenko, S. M. Intensification of the process of ultra-rapid freezing of dough pieces / S. M. Yashchenko, V. V. Kuznetsova, A. A. Savvin // System Analysis and Modeling of Quality Management Processes in the Innovative Development of the Agro-Industrial Complex : Materials of the II International Scientific and Practical Conference, Voronezh, April 05, 2016. – Voronezh : Voronezh State University of Engineering Technologies, 2016. – P. 248-249.

4. Kretov, I. T. On the production of bakery products from frozen dough semi-finished products / I. T. Kretov, A. M. Barbashin, V. V. Poimanov // Russian Bakery. – 2001. – No. 2. – P. 17-20.

5. Bogatyrev, A. N. Cold Preservation / A. N. Bogatyrev, V. E. Kutsakova. – Novosibirsk, 1992. – 162 p.