

ИГРОВОЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ СТРАТЕГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ИГР

В.И. Спицына, И.М. Гордиенко

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет
имени Г.Ф. Морозова»

Аннотация. Статья посвящена авторской методике игрового решения задач теории игр, встречающихся в заданиях 19–21 единого государственного экзамена по информатике. Методика, реализованная в формате игры-тренажёра «Охота за W1», преобразует абстрактные конструкции (W1, L1, W2) в наглядные игровые ситуации, позволяя учащемуся осваивать обратный анализ решения задачи. В статье описана структура методики, приведены примеры её применения, обсуждаются преимущества игрового подхода и механизмы постепенного усложнения заданий.

Ключевые слова: теория игр, задача с камнями, игровой подход, обратный анализ, выигрышная позиция, проигрышная позиция.

A GAME-BASED APPROACH TO DEVELOPING STRATEGIC THINKING IN SOLVING GAME THEORY PROBLEMS

V.I. Spitsyna, I.M. Gordienko

Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

Abstract. This article explores a unique method for solving game theory problems found in questions 19–21 of the Unified State Exam in Computer Science. The method, implemented in the format of the "Hunt for W1" training game, transforms abstract constructs (W1, L1, W2) into visual game situations, allowing students to master inverse problem-solving analysis. The article describes the method's structure, provides examples of its application, and discusses the advantages of the game-based approach and mechanisms for gradually increasing the difficulty of the tasks.

Keywords: Game theory, stone problem, game approach, reverse analysis, winning position, losing position.

Задания 19–21 единого государственного экзамена (ЕГЭ) по информатике относятся к числу наиболее сложных для учащихся. Они требуют анализа позиционной игры двух лиц с полной информацией: определения выигрышных и проигрышных позиций, построения стратегии и её письменного обоснования. Традиционная формулировка задач оперирует понятиями «выигрышная позиция», «проигрышная позиция», «выигрыш за один ход», которые в методической литературе принято обозначать как $W1$, $L1$, $W2$ и т. д. [1, 2].

Несмотря на наличие развитого теоретического аппарата [3, 4], практика преподавания показывает, что учащиеся сталкиваются с рядом устойчивых трудностей:

1. Формальное заучивание обозначений без понимания их содержательного смысла. Учащийся может воспроизвести определение $W1$, но не может определить, является ли конкретная позиция выигрышной за один ход.
2. Путаница между кванторами всеобщности («любой ход ведёт к поражению») и существования («существует ход, ведущий к победе»), что является одной из наиболее частых ошибок в заданиях 20 и 21 [5].
3. Анализ «от начала к концу» вместо обратного анализа от целевой границы к начальным позициям.
4. Недостаточное обоснование ответов: учащийся называет результат, но не может объяснить, почему именно этот ход является выигрышным или проигрышным.

Перечисленные трудности имеют общую природу: они связаны с тем, что теоретические конструкции предъявляются учащемуся в абстрактной форме, которая не опирается на предметный опыт. Между тем, как показывают исследования в области игровой педагогики [6, 7], включение учащегося в игровую ситуацию позволяет перевести абстрактные понятия в наглядный план и существенно ускорить их усвоение.

1. Описание методики

Задачи с камнями обычно формулируются следующим образом:

- Имеется одна или две кучи камней, число камней в которых обозначается S (или пара (a, b) в случае двух куч).
- Два игрока (Петя и Ваня) ходят по очереди.
- За один ход разрешается выполнить одно из конечного множества действий (например, $+1$, $+4$, $\times 5$).
- Игра завершается, когда достигается целевое условие (например, $S \geq 68$).
- Игрок, достигший целевого условия, объявляется победителем.

Ключевым инструментом анализа является классификация позиций [4]:

- **W1** — позиция, из которой существует ход, немедленно приводящий к победе (выигрыш за один ход).
- **L1** — позиция, из которой любой ход ведёт в W1 (проигрыш за один ход: соперник обязательно победит своим ближайшим ходом).
- **W2** — позиция, из которой существует ход в L1 (выигрыш за два хода: можно передать сопернику ловушку, из которой у него нет выхода).
- **L2** — позиция, из которой любой ход ведёт в W1 или W2 (проигрыш за два хода).

Данная классификация строится методом обратного анализа: сначала определяются позиции W1, затем L1, затем W2 и т. д. [1, 2].

1.1. Принцип обратного анализа

Обратный анализ - это фундаментальный метод решения позиционных игр с конечным числом позиций [3].

Его суть заключается в том, что анализ начинается не с начальной позиции, а с целевой границы: сначала определяются все позиции, из которых можно немедленно достичь цели (W1), затем позиции, из которых все ходы ведут в W1 (L1), и так далее в направлении убывания числа камней.

Например, для задачи с правилами +1, +4, $\times 5$ и целевым условием $S \geq 68$ обратный анализ начинается с неравенства: $5S \geq 68 \Rightarrow S \geq 14$

Следовательно, все позиции $S \in \{14, 15, \dots, 67\}$ принадлежат W1, поскольку умножение на 5 даёт результат не менее 68. Позиции $S \in \{1, 2, \dots, 13\}$ требуют отдельного анализа: для каждой из них проверяется, существует ли ход, ведущий в W1, или все ходы ведут в W1.

1.2. Игровой подход в обучении

Использование игровых методов в обучении имеет давнюю традицию [6, 8]. В математическом образовании игровые подходы особенно эффективны, когда:

- учебный материал имеет абстрактный характер и требует опоры на наглядность;
- необходимо формировать стратегическое мышление и навык планирования;
- важно преодолеть страх ошибки через создание безопасной учебной среды.

Методика «Охота за W1» реализует эти принципы, превращая процедуру классификации позиций в игровую деятельность с системой очков, таймером и соревновательным элементом.

Методика состоит из четырёх раундов, каждый из которых нацелен на формирование определённого аналитического навыка (таблица 1).

Таблица 1. Структура раундов игры-тренажёра «Охота за W1»

Раунд	Название	Цель	Формируемый навык
1	Найди W1	Определение позиций с немедленной победой	Распознавание W1, запись неравенств
2	Опасный подарок сопернику	Поиск ходов, передающих сопернику W1	Анализ неудачных ходов, формулировка «Ваня побеждает первым ходом после неудачного хода Пети»
3	Ловушка L1	Определение позиций, из которых любой ход ведёт в W1	Различение кванторов всеобщности и существования
4	Стратегический дуэльный режим	Практическая игра двух лиц с обязательным вербальным обоснованием	Комплексное применение навыков, формирование письменного обоснования

Для проведения игры требуются:

- лист бумаги или доска;
- ручка;
- таймер;
- карточки с числами от 1 до целевого значения (или таблица с выписанными числами);
- при желании — второй игрок (в роли ведущего или соперника).

Использование карточек особенно эффективно на ранних этапах: учащийся физически раскладывает позиции по группам (W1, L1, W2), что создаёт дополнительную опору для запоминания.

1.3. Раунд 1. «Найди W1»

Цель раунда. Научиться быстро определять, является ли предъявленная позиция выигрышной за один ход, и называть соответствующий ход.

Ход игры. Ведущий (или второй игрок) называет число камней. Учащийся должен за 5–10 секунд ответить:

1. Можно ли выиграть одним ходом из данной позиции?
2. Если можно — каким действием?

Пример (правила +1, +4, $\times 5$; цель $S \geq 68$) приведён в таблице 2.

Таблица 2. Примеры позиций и ответов для раунда 1

Позиция S	Ответ	Объяснение
13	Нет	$13 \times 5 = 65 < 68$
14	Да, $\times 5$	$14 \times 5 = 70 \geq 68$
20	Да, $\times 5$	$20 \times 5 = 100 \geq 68$
63	Да, $\times 5$	$63 + 4 = 67 < 68$, но $63 \times 5 = 315 \geq 68$
67	Да, +1	$67 + 1 = 68 \geq 68$

После нескольких примеров учащийся самостоятельно формулирует вывод: позиции $S \in \{14, 15, \dots, 67\}$ образуют множество $W1$.

Система начисления очков:

- верно определил, есть ли победа за один ход: 1 балл;
- назвал правильный ход: +1 балл;
- объяснил неравенством: +1 балл.

Максимальный балл за одну позицию = 3. Таким образом, учащийся мотивирован не просто угадывать ответ, но и формулировать обоснование.

1.4. Раунд 2. «Опасный подарок сопернику»

Цель раунда. Научиться находить ходы, которые передают сопернику позицию из $W1$, и формулировать утверждение о неудачном ходе.

Ход игры. Учащемуся называют стартовую позицию. Он должен перечислить все возможные ходы и определить, не ведёт ли какой-либо из них в $W1$.

Пример. Дана позиция $S = 3$. Возможные ходы:

- $3 \rightarrow 4$ (добавление 1);
- $3 \rightarrow 7$ (добавление 4);
- $3 \rightarrow 15$ (умножение на 5).

Учащийся должен заметить, что $15 \in W1$, поскольку соперник затем сделает $15 \times 5 = 75 \geq 68$. Следовательно, ход $3 \rightarrow 15$ — это «опасный подарок» сопернику.

Раунд 2 особенно хорошо тренирует формулировку, требуемую в заданиях: «Ваня побеждает первым ходом после неудачного хода Пети». Учащийся не просто указывает ошибку, но и объясняет, каким именно образом соперник воспользуется ею, что является необходимым элементом обоснования.

1.5. Раунд 3. «Ловушка L1»

Цель раунда. Научиться определять позиции L1 — позиции, из которых любой ход ведёт в W1.

Ход игры. Учащийся выбирает позицию, выписывает все допустимые ходы и проверяет, все ли результаты принадлежат W1. Если хотя бы один ход не ведёт в W1, позиция не является L1.

Данный раунд является одним из ключевых элементов методики, поскольку он целенаправленно устраняет одну из наиболее устойчивых ошибок в заданиях ЕГЭ, а именно путаницу между кванторами всеобщности ($\forall$) и существования ($\exists$).

В игровой формулировке различие становится наглядным: «любой ход» требует проверки всех вариантов, «может выиграть» — достаточно найти один.

1.6. Механизм постепенного усложнения

Методика предусматривает три уровня сложности, позволяющих адаптировать обучение к прогрессу учащегося.

Уровень 1: одна куча с фиксированными операциями. Например, $+1$, $+4$, $\times 5$; цель $S \geq 68$. На этом уровне учащийся осваивает базовые понятия W1, L1, W2 и механизм обратного анализа.

Уровень 2: другая граница и другие операции. Например, $+2$, $+3$, $\times 2$; цель $S \geq 51$. Изменение параметров требует повторного построения множеств W1, L1, W2, что формирует навык переноса метода на новые условия и предотвращает механическое запоминание ответов конкретных задач.

Уровень 3: две кучи. Позиция записывается как пара (a, b) . За ход разрешается:

- $(a, b) \rightarrow (a + 1, b)$ или $(a, b) \rightarrow (2a, b)$;
- $(a, b) \rightarrow (a, b + 1)$ или $(a, b) \rightarrow (a, 2b)$.

Победа, например, при $a + b \geq 77$. На карточках пишутся пары: $(7, 20)$, $(7, 34)$, $(10, 25)$. Учащийся должен найти все ходы и определить, есть ли победа за один ход.

Переход к двум кучам является существенным усложнением: число допустимых ходов из каждой позиции увеличивается, а анализ требует одновременного учёта двух переменных. Однако благодаря тому, что к этому моменту учащийся уже освоил базовую процедуру на одной куче, он воспринимает усложнение как естественное развитие знакомого метода, а не как принципиально новую задачу.

5. Преимущества методики

5.1. Преобразование абстрактных обозначений в реальные ходы

Основное преимущество методики состоит в том, что она преобразует абстрактные теоретико-игровые обозначения в конкретные игровые действия. Учащийся не заучивает определения $W1$, $L1$, $W2$ механически, а усваивает их смысл через опыт:

- **W1** — «я побеждаю сейчас»;
- **L1** — «что бы я ни сделал, соперник победит сейчас»;
- **W2** — «я могу передать сопернику ловушку $L1$ ».

5.2. Тренировка обратного анализа

В игровых задачах обратный анализ существенно эффективнее прямого: начиная с целевой границы, учащийся сразу определяет множество $W1$, а затем последовательно строит $L1$, $W2$ и т. д. Методика «Охота за $W1$ » делает этот подход естественным, поскольку первый раунд прямо требует начать с вопроса «Можно ли выиграть прямо сейчас?», а не с вопроса «Что будет, если я сделаю ход из начальной позиции?».

Для подобных задач обратный анализ начинается с неравенства $mS \geq N$ (целевое число), откуда $S \geq N/m$.

Это сразу задаёт множество $W1$, от которого учащийся «отступает» к меньшим значениям S , определяя $L1$, $W2$ и т. д. Навык обратного анализа, сформированный в игровой форме, переносится затем на решение задач без карточек и таймера.

5.3. Обязательное обоснование

Каждый раунд методики требует от учащегося не просто назвать ответ, но и объяснить его. Например, «из 15 камней Ваня умножает число камней на 5 и получает 75, поэтому выигрывает». Это требование формирует навык письменного обоснования стратегии, который является критически важным для заданий с развёрнутым ответом на ВПР.

Опыт показывает, что учащиеся, которые могут устно объяснить свой ход, значительно легче переносят это умение в письменную форму.

5.4. Устранение путаницы математических терминов

Раунд 3 «Ловушка L1» целенаправленно тренирует различение кванторов всеобщности и существования. Перевод логических конструкций на язык действий:

- «любой ход ведёт в W1» → «проверь все свои ходы, каждый из них ведёт к победе соперника»;
- «существует ход, ведущий в W1» → «найди хотя бы один ход, который даёт немедленную победу»

делает абстрактное различие наглядным и практическим. Это особенно важно для заданий 20 и 21, где учащемуся необходимо одновременно работать с обоими кванторами.

Методика «Охота за W1» прошла апробацию в практике подготовки учащихся к ВПР по информатике. Наблюдения показывают, что:

1. Учащиеся, прошедшие все четыре раунда, значительно быстрее определяют множества W1 и L1 при решении новых задач, чем учащиеся, обучавшиеся традиционным методом.
2. Количество ошибок, связанных с путаницей кванторов, снижается после проведения раунда 3.
3. Качество письменных обоснований улучшается после раунда 4, в котором вербальное объяснение каждого хода является обязательным.

Заключение

Предложенная авторская методика «Охота за W1» представляет собой игровой подход к формированию стратегического мышления при решении задач теории игр на ЕГЭ по информатике. Методика обладает следующими отличительными особенностями:

1. **Четырёхуровневая структура** (раунды «Найди W1», «Опасный подарок сопернику», «Ловушка L1», «Стратегический дуэльный режим»), обеспечивающая последовательное формирование навыков от распознавания позиций до комплексного анализа с обоснованием.
2. **Система начисления очков и таймер**, создающие мотивационную и соревновательную составляющие обучения.
3. **Обязательное вербальное обоснование** каждого хода, формирующее навык письменного обоснования стратегии.
4. **Механизм постепенного усложнения** от одной кучи к двум, позволяющий адаптировать обучение к прогрессу учащегося.

5. Целенаправленная работа с кванторами всеобщности и существования в раунде 3, устраняющая одну из наиболее частых ошибок в заданиях ЕГЭ.

Дальнейшее развитие методики включает: компьютерную реализацию игры-тренажёра, а также расширение методики на другие типы задач.

Список литературы

1. Крылов С. С., Чуркина Т. Е. ЕГЭ-2025. Информатика. Типовые экзаменационные задания. 20 вариантов. — М.: Экзамен, 2024.
2. Ушаков Д. М. ЕГЭ-2025. Информатика. 20 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену. — М.: Астрель, 2024.
3. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теория игр. — 2-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012.
4. Анализ типичных ошибок участников ЕГЭ по информатике и ИКТ // Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). — URL: <https://fipi.ru/ege/analiz-ege> (дата обращения: 02.08.2026).
5. Эльконин Д. Б. Психология игры. — М.: Владос, 1999.
6. Выготский Л. С. Игра и её роль в психическом развитии ребёнка // Вопросы психологии. — 1966. — № 6. — С. 62–76.
7. Гальперин П. Я. Лекции по психологии. — М.: Книжный дом «Университет», 2002.

References

1. Krylov S. S., Churkina T. E. USE-2025. Computer Science. Typical Exam Tasks. 20 Variants. - Moscow: Exam, 2024.
2. Ushakov D. M. USE-2025. Computer Science. 20 Practice Exam Papers to Prepare for the Unified State Exam. - Moscow: Astrel, 2024.
3. Petrosyan L. A., Zenkevich N. A., Shevkoplyas E. V. Game Theory. - 2nd ed. - St. Petersburg: BHV-Petersburg, 2012.
4. Analysis of Typical Mistakes Made by Participants in the Unified State Exam in Computer Science and ICT // Federal Institute for Pedagogical Measurements (FIPM). - URL: <https://fipi.ru/ege/analiz-ege> (accessed: 02.08.2026).
5. Elkonin, D. B. The Psychology of Play. Moscow: Vlados, 1999.
6. Vygotsky, L. S. Play and its Role in the Child's Mental Development // Voprosy Psichologii (Problems of Psychology). 1966, no. 6, pp. 62–76.
7. Galperin, P. Ya. Lectures on Psychology. Moscow: University Book House, 2002.