

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Е.И. Скворцова¹, А.С. Ягодкин¹, С.О. Бучнев¹

¹ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет
имени Г.Ф. Морозова»

Аннотация. Второе начало термодинамики является одним из основных принципов физики, описывающим направление процессов, происходящих в термодинамических системах. Оно утверждает, что в замкнутых системах энтропия, как мера беспорядка, всегда стремится увеличиваться, что приводит к необратимости многих процессов. В статье рассматриваются ключевые концепции, связанные со вторым началом, включая понятия тепловых машин, циклов Карно и принципа максимальной энтропии. Статья подчеркивает важность второго начала термодинамики для понимания природы энергии и ее преобразований, а также его роль в развитии научной мысли.

Ключевые слова: цикл Карно, изотермический процесс, круговой процесс, обратимый процесс, необратимый процесс, тепловая машина.

MATHEMATICAL MODELING AND THE SECOND LAW OF THERMODYNAMICS

E.I. Skvortsova¹, A.S. Yagodkin¹, S.O. Buchnev¹

¹Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

Abstract. The second law of thermodynamics is one of the basic principles of physics that describes the direction of processes occurring in thermodynamic systems. It states that in closed systems, entropy, as a measure of disorder, always tends to increase, which leads to the irreversibility of many processes. This article examines key concepts associated with the second law, including the notions of heat engines, Carnot cycles, and the principle of maximum entropy. The article emphasizes the importance of the second law of thermodynamics for understanding the nature of energy and its transformations, as well as its role in the development of scientific thought.

Keywords: Carnot cycle, isothermal process, circular process, reversible process, irreversible process, heat engine.

Круговой процесс – процесс, при котором система, пройдя ряд состояний, возвращается в начальное состояние. В p - v координатах круговой процесс изображается в виде замкнутых кривых произвольной формы, имеется два вида цикла (рисунок 1):

1) если обход процесса по часовой стрелке – цикл прямой и в нем совершается положительная работа. Прямые циклы лежат в основе тепловых двигателей.

2) если в p - v координатах обход цикла совершается против часовой стрелки, он называется обратным, работа, совершаемая в нем, меньше нуля и такие циклы лежат в основе холодильных машин.



Рисунок 1 – Виды циклов

Для того чтобы рассчитать работу за такой полный цикл, рассмотрим формулу:

$$A = \oint_L p dV = \oint_{L_1} p dV + \oint_{L_2} p dV$$

где A – работа, совершаемая системой при переходе по замкнутому контуру L ;

p – давление в системе;

dV – элемент объема, который меняет система;

$\oint_L p dV$ – интеграл, который вычисляет работу, совершаемую системой при

изменении объема по замкнутому контуру (L). Это означает, что система возвращается в исходное состояние после завершения цикла.

$\oint_{L_1} p dV + \oint_{L_2} p dV$ – разложение интеграла по двум частям контура (L),

где (L_1) и (L_2) представляют собой разные пути, по которым система может пройти, прежде чем вернуться в исходное состояние.

Все циклы, которые мы рассмотрели до этого, лежат в основе тепловых машин. Тепловая машина – периодически действующее устройство, совершающее работу за счет подводимого извне тепла. Любая тепловая машина состоит из трех элементов (рисунок 2):

- 1) нагреватель – тело, от которого отбираем небольшое количество тепла, его температура при этом остается какой-то постоянной;
- 2) рабочее тело – газ, температура которого меньше температуры нагревателя, но больше температуры холодильника;
- 3) холодильник.

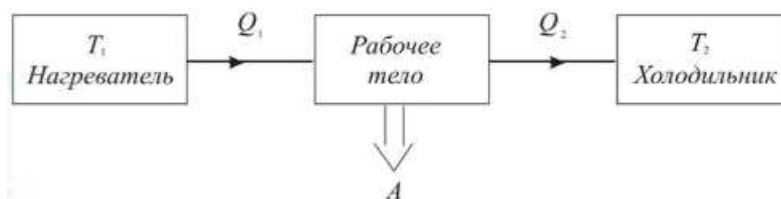


Рисунок 2 – Схема тепловой машины

Принцип работы тепловой машины заключается в следующем: нагреватель передает некоторое количество тепла рабочему телу, рабочее тело совершает работу $A = Q_1 - Q_2 > 0$ и какие-то остатки уходят в окружающую среду. Тогда можно определить коэффициент действия тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} * 100\% = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} * 100\%$$

где η – эффективность теплового двигателя, выраженного в процентах;

A – работа, выполняемая двигателем; в термодинамике работа часто определяется как разность тепла, полученного от горячего источника, и тепла, отданного холодному источнику;

Q_1 – количество тепла, полученное от горячего источника;

Q_2 – количество тепла, отданного холодному источнику.

Эта форма также показывает, что эффективность двигателя зависит от разности между количеством теплоты, полученной от горячего источника, и количеством теплоты, отданной холодному источнику, относительно количества теплоты, полученной от горячего источника.

Рассмотрим первое начало термодинамики, одной из ее формулировок является утверждение в том, что невозможно создать вечный двигатель первого рода. Коэффициент полезного действия такого двигателя был бы больше 100%. Но теория не оправдала ожидания. Появились другие идеи, как создать тепловую

машину без холодильника, которая состояла бы из двух тел, и коэффициент полезного действия которой достиг бы 100%.

Возможность построения такой машины не противоречит закону сохранения энергии. Но опытные факты говорят о невозможности ее построения.

Перейдем ко второму началу термодинамики, которое сформулировал Вильгельм Томсон – невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара.

Чтобы рассмотреть понятие энтропии, необходимо дать определение понятию обратимый процесс: обратимым процессом называется такой, который может протекать в обоих направлениях, причем если процесс протек в одном направлении, а затем в обратном, то система должна вернуться в исходное состояние без того, чтобы в окружающих телах произошли какие-либо изменения.

Обратимый процесс – идеализация процесса. В природе обратимых процессов не бывает. В качестве примера, можно привести колебание маятника, если считать процесс колебания обратимым, то отвели его на какой-то угол, отпустили и он продолжает в таком состоянии находиться длительное время. Естественно, в природе все процессы необратимы.

Необратимый процесс – процесс, который движется как в прямом направлении, так и в обратном. Однако, в прямом направлении, он идет самопроизвольно, а для того, чтобы вернуть систему в начальное состояние, необходимо совершить какую-либо работу. В качестве примера необратимого процесса можно считать процесс перехода тепла от более нагретого тела к менее нагретому телу.

Рассмотрим цикл Карно – цикл, лежащий в основе идеальной тепловой машины (рисунок 3). Построить такую тепловую машину невозможно. В основе тепловой машины Карно лежит замкнутый круговой процесс и этот круговой процесс состоит из двух изопроцессов: изотермических и двух адиабатических.

Рассмотрим работу при изотермическом расширении. К цилиндру подносится нагреватель, поршень поднимается вверх. Работа при изотермическом процессе рассчитывается по следующей формуле:

$$A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

A_{12} – работа, совершаемая газом при переходе из состояния 1 в состояние 2;

ν – количество молей газа;

R – универсальная газовая постоянная;

T_1 – температура газа в состоянии 1;

V_1 – начальный объем газа;

V_2 – конечный объем газа.

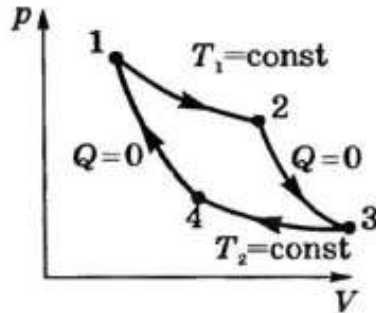


Рисунок 3 – Цикл Карно.

Процесс 1-2 – изотермическое расширение при температуре T_1 ;

Процесс 2-3 – адиабатное расширение с понижением температуры до T_2 ;

Процесс 3-4 – изотермическое сжатие при температуре T_2 ;

Процесс 4-1 – адиабатное сжатие с повышением температуры до T_1 .

Если $V_1 > V_2$ (газ расширяется), работа A_{12} будет положительной, так как газ совершает работу над окружающей средой;

Если $V_1 < V_2$ (газ расширяется), работа A_{12} будет отрицательной, так как окружающая среда совершает работу над газом.

Дальше рассмотрим работу при адиабатическом расширении. Мы помещаем цилиндр в адиабатическую оболочку и в дальнейшем происходит адиабатическое расширение. Поршень поднимается выше, чем в изотермическом, но обмен с внешней средой равно нулю. Работа совершается за счет того, что внутренняя энергия газа падает. Поэтому работу мы можем рассчитать по такой формуле:

$$A_{23} = -\Delta U = -\nu C_V (T_2 - T_1)$$

где A_{23} – это работа, совершаемая в процессе 2-3. Она равна изменению внутренней энергии системы;

$-\Delta U$ – изменение внутренней энергии системы. Знак минус указывает на то, что работа, совершаемая системой, приводит к уменьшению внутренней энергии;

ν – количество вещества в системе;

C_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме. Она показывает, сколько тепла необходимо для изменения температуры одного моля вещества на один градус Кельвина при постоянном объеме;

$(T_2 - T_1)$ – изменение температуры системы, где T_2 – конечная температура системы, T_1 – начальная температура.

Если температура газа увеличивается $T_1 > T_2$, то изменение внутренней энергии ΔU будет положительным и работа A_{23} будет отрицательной, что указывает на то, что газ выполняет работу над окружающей средой.

Если температура газа уменьшается $T_2 < T_1$ то изменение внутренней энергии будет отрицательным, и работа будет положительной, что означает, что окружающая среда выполняет работу над газом.

Также необходимо рассмотреть работу при изотермическом сжатии:

$$A_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

где A_{34} – работа, выполненная в процессе перехода из состояния 3 в состояние 4;

ν – молярный объем или количество вещества в молях;

R – универсальная газовая постоянная, равная 8,314. Она связывает давление, объем и температуру газа;

T_2 – температура в состоянии 2, измеряемая в кельвинах;

V_4 и V_3 – объемы газов в состоянии 4 и 3. Эти объемы могут изменяться в процессе, их отношение используется в логарифмической функции;

Если $V_4 > V_3$, работа A_{34} будет положительной, так как газ совершает работу над окружающей средой;

Если $V_4 < V_3$, работа A_{34} будет отрицательной, что указывает на то, что окружающая среда выполняет работу над газом.

И соответственно адиабатическое сжатие:

$$A_{41} = -\Delta U = -\nu C_v (T_1 - T_2)$$

где A_{41} – работа, совершаемая системой в процессе 41;

$-\Delta U$ – изменение внутренней энергии системы;

ν – количество вещества в системе;

C_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме;

T_1 и T_2 – начальная и конечная температура системы.

Если температура газа уменьшается ($T_1 < T_2$), то изменение внутренней энергии ΔU будет отрицательным, и работа A_{41} будет положительной, что указывает на то, что окружающая среда выполняет работу над газом.

Если температура газа увеличивается ($T_1 > T_2$), то изменение внутренней энергии будет положительным, и работа будет отрицательной, что означает, что газ выполняет работу над окружающей средой.

Теперь вычислим КПД в тепловой машине Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{\nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}}{\nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

где η – эффективность цикла;

A – работа, выполненная в процессе;

Q_1 – количество теплоты, полученное от источника тепла;

ν – количество вещества;

R – универсальная газовая постоянная;

T_1 и T_2 – начальная и конечная температура системы;

V_1 и V_2 – начальная и конечная температура системы.

Эта формула демонстрирует, что КПД идеального теплового двигателя зависит от температур, между которыми он работает. При $T_2 = 0$ (абсолютный ноль) КПД достигает максимума, равного 1, что соответствует идеальному процессу без потерь. В реальных условиях КПД всегда будет меньше, чем 1, из-за различных факторов, таких как трение, теплообмен и другие потери.

Таким образом, при упрощении формулы получаем:

$$\eta_{\text{карно}} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} * 100\%$$

где $\eta_{\text{карно}}$ – эффективность цикла;

T_1 и T_2 – начальная и конечная температура системы.

КПД идеального двигателя Карно всегда будет меньше 100% из-за второго закона термодинамики, который утверждает, что невозможно полностью преобразовать теплоту в работу без каких-либо потерь.

Таким образом, второе начало термодинамики является важным принципом, который подчеркивает направление процессов в природе и невозможность создания вечного двигателя. Рассмотренные круговые процессы в координатах

p-v демонстрируют, как системы могут возвращаться в исходное состояние, проходя при этом различные термодинамические циклы.

Цикл, который описывает работу тепловых машин, образует основу для понимания того, как используется энергия. Тепловые машины, опирающиеся на взаимодействие нагревателя, рабочего тела и холодильника, демонстрируют, как превращение теплоты в работу имеет свои ограничения. При этом коэффициент полезного действия становится важным показателем эффективности таких систем. Невозможность создания вечного двигателя первого рода подтверждает, что все процессы не могут быть совершенны на практике, что основано на реальных экспериментах и принципах термодинамики.

Таким образом, понятия работы, энергии и их трансформации через призму термодинамики дают возможность не только глубже понять физические явления, но и использовать эти знания для создания более эффективного оборудования в энергетике и других отраслях. Поэтому, несмотря на теоретические упования на создание более совершенных машин, реальная практика показывает многие ограничения, связанные с термодинамическими законами, что настоятельно призывает к более тщательному исследованию и поиску путей оптимизации использования энергии.

Список литературы

1. Формализация верификации топологии и электрической схемы для систем автоматизированного проектирования / Т. В. Скворцова, К. В. Зольников, А. М. Плотников, И. В. Скоркин // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 3. – С. 61-70.

2. Система мониторинга и оповещения о проникновении на территорию биосферного заповедника / А. С. Ягодкин, А. В. Ачкасов, Т. В. Скворцова [и др.] // Охрана, инновационное восстановление и устойчивое управление лесами. Forestry – 2023 : материалы Международного лесного форума, Воронеж, 13 октября 2023 года. – Воронеж: Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, 2023. – С. 631-637.

3. Разработка системы предупреждения водителей о возможном появлении животных на автомобильных дорогах / А. С. Ягодкин, Т. В. Скворцова, А. В. Ачкасов [и др.] // Охрана, инновационное восстановление и устойчивое управление лесами. Forestry – 2023 : материалы Международного лесного форума, Воронеж, 13 октября 2023 года. – Воронеж: Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, 2023. – С. 638-643.

4. Цифровое устройство мониторинга и анализа общего состояния дерева "Happytree" / А. С. Ягодкин, Т. В. Скворцова, А. В. Ачкасов, Д. В. Никитин // СПОСОБЫ, МОДЕЛИ и АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОДЕРНИЗАЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ : сборник статей Национальной (Всероссийской) научно-практической конференции с международным участием, Киров, 22 мая 2023 года. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью "ОМЕГА САЙНС", 2023. – С. 51-55.
5. Компьютерное моделирование работоспособности финишных процедур и паразитных элементов в программно-аппаратном комплексе проектирования микросхем / А. С. Ягодкин, Н. Н. Литвинов, П. С. Иванин, А. С. Грошев // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 3. – С. 106-115.
6. Имитационное моделирование деформативных показателей ведомственных автомобильных дорог, укрепленных шлакосиликатным вяжущим / И. А. Викулин, В. В. Зиновьева, О. С. Никульчева [и др.] // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 2. – С. 24-31. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-24-31. – EDN JPHRZY.
7. Дмитриев, Е. А. Математическое моделирование и реализация информационно-расчетных задач «маскировка» / Е. А. Дмитриев, А. Ф. Тараканов, Е. А. Шипилова // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 2. – С. 32-42. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-32-42. – EDN DJJKYT.
8. Зольников, К. В. Моделирование и оптимизация конструкции полосового фильтра на основе коаксиального резонатора / К. В. Зольников, Д. А. Ачкасов // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 2. – С. 43-50. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-43-50. – EDN POHLTW.
9. Николенко, С. Д. Моделирование возникновения внутренних напряжений в сложной структуре материала / С. Д. Николенко, С. П. Козодаев, С. А. Сазонова // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 2. – С. 50-61. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-50-61. – EDN DIXFHX.

References

1. Formalization of verification of topology and electrical circuit for computer-aided design systems / T. V. Skvortsova, K. V. Zolnikov, A. M. Plotnikov, I. V. Skorkin // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 3. – P. 61-70.
2. Monitoring and warning system for intrusion into the territory of a biosphere reserve / A. S. Yagodkin, A. V. Achkasov, T. V. Skvortsova [et al.] // Protection, innovative restoration and sustainable management of forests. Forestry – 2023: materials of the International Forestry Forum, Voronezh, October 13, 2023. – Voronezh:

Voronezh State Forest Engineering University named after G. F. Morozov, 2023. – P. 631-637.

3. Development of a system for warning drivers about the possible appearance of animals on roads / A. S. Yagodkin, T. V. Skvortsova, A. V. Achkasov [et al.] // Protection, innovative restoration and sustainable management of forests. Forestry – 2023: materials of the International Forestry Forum, Voronezh, October 13, 2023. – Voronezh: Voronezh State Forest Engineering University named after G. F. Morozov, 2023. – P. 638-643.

4. Digital device for monitoring and analyzing the general condition of a tree "Happytree" / A. S. Yagodkin, T. V. Skvortsova, A. V. Achkasov, D. V. Nikitin // METHODS, MODELS and ALGORITHMS FOR MANAGING MODERNIZATION PROCESSES: collection of articles from the National (All-Russian) scientific and practical conference with international participation, Kirov, May 22, 2023. – Ufa: Limited Liability Company "OMEGA SCIENCES", 2023. – P. 51-55.

5. Computer modeling of the performance of finishing procedures and parasitic elements in the hardware and software complex for designing microcircuits / A. S. Yagodkin, N. N. Litvinov, P. S. Ivanin, A. S. Groshev // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 3. – P. 106-115.

6. Simulation modeling of deformative indicators of departmental highways reinforced with slag silicate binder / I. A. Vikulin, V. V. Zinovieva, O. S. Nikulcheva [et al.] // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 2. – pp. 24-31. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-24-31. – EDN JPHRZY.

7. Dmitriev, E. A. Mathematical modeling and implementation of information and computational tasks "masking" / E. A. Dmitriev, A. F. Tarakanov, E. A. Shipilova // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 2. – pp. 32-42. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-32-42. – EDN DJJKYT.

8. Zolnikov, K. V. Modeling and optimization of the bandpass filter design based on a coaxial resonator / K. V. Zolnikov, D. A. Achkasov // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 2. – pp. 43-50. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-43-50. – EDN POHLTW.

9. Nikolenko, S. D. Modeling of the occurrence of internal stresses in a complex material structure / S. D. Nikolenko, S. P. Kozodaev, S. A. Sazonova // Modeling of systems and processes. – 2024. – Vol. 17, No. 2. – pp. 50-61. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-2-50-61. – EDN DIXFHX.