

ЭКОЛОГО-ФИЗИОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ РОСТА ДРЕВОСТОЕВ В СВЕТЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕСТНЫХ (ЛОКАЛЬНЫХ) ТАБЛИЦ ХОДА РОСТА

ECOLOGICAL AND PHYSIOLOGICAL MODEL OF TREE STANDS GROWTH DYNAMICS IN LIGHT OF THE LOCAL GROWTH COURSE TABLES USE

Лисицын В.И., кандидат физико-математических наук, доцент, профессор, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Lisitsyn V.I., PhD in Physics and Mathematics, Docent, Professor, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Матвеев Н.Н., доктор физико-математических наук, профессор, профессор, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Matveev N.N., DrSc in Physics and Mathematics, Professor, Professor, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Евсикова Н.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой общей и прикладной физики, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Evsikova N.Yu., PhD in Physics and Mathematics, Docent, Head of the General and Applied Physics Department, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Камалова Н.С., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Kamalova N.S., PhD in Physics and Mathematics, Docent, Associate professor, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Хворых А.М., аспирант, преподаватель СПО, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Khvorykh A.M., Postgraduate student, College teacher, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Аннотация. В работе проведено исследование влияния географического расположения регионов Евразии и типологии леса на эколого-физиологическое моделирование (ЭФМ) динамики роста сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.). Фактический материал нами взят из таблиц хода роста (ТХР), представленный в монографиях В.А. Усольцева. Установлено, что бонитетная шкала обоснованна с точки зрения термодинамического подхода. Получено, что значение параметра ЭФМ, который ответствен за скорость расхода ресурса не зависит ни от географического региона, ни от типологии лес, а является универсальной константой, определяющий бонитет №1 сосновых насаждений. Значение аллометрического параметра,

выражающего связь биомассы насаждения и площади поверхности, имеет тенденцию к независимости от расположения региона для Центра Европейской части России. Показана необходимость проведения дальнейших исследований в этом направлении.

Ключевые слова: таблицы хода роста (ТХР), бонитетная шкала, эколого-физиологическая модель (ЭФМ), параметры ЭФМ, естественный древостой.

Abstract. In this paper we investigated the influence of geographical location of Eurasian regions and forest typology on the ecological-physiological modeling (EPM) of growth dynamics of pine (*Pinus sylvestris* L.). The actual material was taken from the growth progress tables (GTR) presented in the monographs of V.A. Usoltsev. It has established that the bonitet scale has justified from the point of view of thermodynamic approach. It has obtained that the value of the EFM parameter, which is responsible for the rate of resource consumption does not depend neither on the geographical region, nor on the forest typology, but is a universal constant that determines the bonitet No. 1 of pine plantations. The value of the allometric parameter expressing the relationship between plantation biomass and surface area tends to be independent of the region location for the Center of European part of Russia. The necessity of further research in this direction has shown.

Keywords: growth progress tables (GTR), bonitet scale, ecological-physiological model (EPM), EPM parameters, natural stand.

В настоящее время существуют многочисленные классификации моделей роста древостоев. В целом, они сводятся к двум большим группам. В первую группу можно включить эмпирические модели (ЭМ), во вторую – эколого-физиологические (ЭФМ) или теоретические модели. Используя феноменологический подход, в эмпирическом моделировании усредняется большое количество результатов наблюдений, и оно не требует наличия представления о внутренних механизмах, которые действуют внутри экосистемы. Эколого-физиологическое моделирование базируется на общих представлениях о функционировании лесных экосистем (к примеру, записанных в виде балансовых уравнений энергии и/или энтропии), которые позволяют выявить существенные закономерности их развития. Эти два подхода в настоящее время не следует противопоставлять, так как они во многом дополняют друг друга. Сильной стороной эмпирического моделирования является точность воспроизведения существующих таблиц хода роста (ТХР) древостоев, а также то обстоятельство, что с решением стандартных задач лесной таксации успешно справляются эмпирические модели, особенно в виду их простоты применения [1]. В то же время несомненным преимуществом ЭФМ является общность полученных результатов в том смысле, что параметры ЭФМ отражают физиологические особенности роста насаждения, и это позволяет претендовать на раскрытие новых свойств, в том числе в существующей типологии ТХР.

В практическом лесоводстве при построении ТХР, не умаляя достоинств альтернативных шкал, главенствующая роль принадлежит бонитетной шкале. В основе построения ТХР лежит эргодическая гипотеза, согласно которой для любых физических величин, характеризующих данную физическую систему, средние значения по времени точно совпадают со средними значениями по соответствующему статистическому ансамблю (микрочаноническому для изолированной системы, каноническому или большому

каноническому для открытой системы) [2]. Для произвольной физической системы эргодическая гипотеза не доказана. Однако, если не следовать излишней математической строгости при изложении этого вопроса, то можно допустить, что эргодичность лесной экосистемы будет сохраняться на протяжении достаточно большого временного промежутка роста древостоя. Основным положением при разработке ЭФМ динамики роста [3] является доказательство наличия стационарного режима при достижении древостоем максимального значения биомассы. При этом в [3] подчеркивалось, что стационарный режим, при котором достигается равенство потоков энергии, энтропии и других величин, не происходит одномоментно, а занимает довольно большой промежуток времени. Именно это обстоятельство позволяет надеяться на то, что эргодическая гипотеза может применяться при построении ТХР и служить теоретическим обоснованием их построения.

В настоящее время для составления ТХР используется большое количество шкал. Причем так называемый исторический метод построения ТХР [4] определяется средними значениями параметров древостоя по времени, тогда как любой из нижеперечисленных методов является методом усреднения по ансамблю: а) метод указательных насаждений Гартинга (аналитический); б) метод полосок (Баура (статистический); в) метод повторных переучетов Гейера (комбинированный); г) типологический метод и т.д. [4]. Достоинства и недостатки этих методов составления ТХР специалистам хорошо известны. Выбор того или иного способа зависит от многих факторов, в том числе от целей исследования, от ресурсов, имеющихся у исследователя, от количества пробных площадей и т.д.

В предыдущих работах [3, 5, 6] для апробации метода ЭФМ нами были использованы, в основном, общие ТХР, представленные в таблицах А.З. Швиденко и др. [7]. Задача настоящей работы – применить ЭФМ, используя местные (локальные) ТХР. Такой выбор преследовал следующие цели:

1) показать, что, разработанная нами ЭФМ, может быть применена для описания динамики хода роста, которая представлена местными ТХР, при этом точность воспроизведения этих ТХР вполне соответствует точности эмпирических моделей [1];

2) выявить влияние географического расположения древостоев на характеристики динамики роста;

3) исследовать закономерности в изменениях параметров ЭФМ в зависимости от региона произрастания древостоя, а также от типологии насаждения.

Информация о ТХР и таблицы производительности лесных экосистем взята из монографий В.А. Усольцева [8, 9].

Для большей ясности дальнейшего изложения результатов расчета и их обсуждения приведем основные моменты ЭФМ динамики роста. Как уже указывалось выше, основой модели является установление времени достижения максимального значения биомассы насаждения t_{maxr} . Как правило, в вышеуказанных монографиях данные о значении t_{maxr} в ТХР отсутствуют, а эти значения в методе являются актуальными. Поэтому значения t_{maxr} были получены нами экстраполяцией данных самых больших значений биомассы при соответствующих значениях времени, так как они имели вид функции от времени, которая стремится к максимальному значению. Математически обоснованной экстраполяция считается, если она дает значения функции, выходящее за пределы экстраполирования на

значение порядка временного «шага». К сожалению, не всегда приходится строго следовать «указаниям» математики при определении значения времени t_{max} .

Среднее значения биомассы одного дерева m считаются по формуле $m=M/N$, где M – биомасса древостоя в данный момент времени, N – число деревьев на гектар в тот же момент времени. Для расчета биомассы отдельного дерева используется балансовое уравнение Берталанффи [10]:

$$\frac{dm}{dt} = fgm^q - rm \quad (1)$$

В уравнении (1) f – удельная скорость поглощения ресурса; r – удельная скорость расхода ресурса; g и q – аллотропические параметры модели, которые выражают связь биомассы с поверхностью особи. Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$m(t) = m_{\infty} (1 + b \exp(-at))^p, \quad (2)$$

где $b = \left(\frac{m_0}{m_{\infty}}\right)^{1-q} - 1$; $a = r(1 - q)$; $p = 1/(1 - q)$.

Для определения числа деревьев на гектар нами было получено следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (f_1 g_1 m_1^{q_1-1} - r_1) N, \quad (3)$$

где f_1 , g_1 , q_1 , r_1 – параметры, имеющие смысл, аналогичный соответствующим параметрам уравнения (1); m_1 – функция, зависящая от времени и удовлетворяющая уравнению (1) с измененными параметрами. Решение уравнения (3) имеет следующий вид:

$$N(t) = N_0 \frac{(1+b_1)^{p_1}}{(1+b_1 \exp(-a_1 t))^{p_1}}, \quad (4)$$

где $b_1 = \frac{N_{\infty}}{N_0} - 1$; $a_1 = r_1(1 - q_1)$; $p_1 = 1/(1 - q_1)$.

Параметры модели b_1 и b определяются из начальных (m_0, N_0) и конечных значений (m_{∞}, N_{∞}). Начальные значения (m_0, N_0), согласно [3], определяются из ТХР, а конечные значения (m_{∞}, N_{∞}) подлежат определению в результате процедуры оптимизации. В этой же процедуре находятся и значения параметров q и r . В результате мы имеем 4 независимых параметра для определения функций $m(t)$ и $N(t)$.

Расчеты проводились для древостоев сосны первого бонитета, ТХР которых даны в монографии [8]. Результаты сведены в таблицы 1, 2 и 3. В таблице 1 представлены сосняки Центра Европейской части России, Белоруссии и некоторых стран Западной Европы, в таблице 2 – регионов Урала и Севера Европейской части России, в таблице 3 – Сибирских регионов РФ и Казахстана. В таблицах указаны данные: а) регион; б) тип древостоя сосны, автор и год получения ТХР (эти сведения полностью соответствуют данным монографии [8]); в) значения параметров m_{∞}, N_{∞} , q , r , t_{max} и критерия Неша-Сатклиффа [11] M_m , M_N , M_M для рассчитанных значений биомассы отдельного дерева, числа деревьев на гектар и биомассы древостоя в целом соответственно.

Таблица 1 – Результаты расчетов по ЭФМ для регионов Центральной России и Европы

№ п/п	Регион	Тип древостоя, автор, год получения	m_{∞} , тонн	N_{∞} , 1/га	q	r	$t_{\max}$, лет	M_m	M_N	M_M
1	Московская обл.	Сомкнутые сосняки, Козловский, 1967	1,26	260	0,7	0,05	162	0,999	0,997	0,980
2	Воронежская обл. и др. обл. ЦЧР	Максимально продуктивные сосняки, Кирюков, 1982	0,99	270	0,7	0,05	140	0,989	0,998	0,962
3	Белоруссия	Модальные сосняки, орликовый и черничные типы, Багинский, 1984	1,7	187	0,7	0,05	135	0,994	0,999	0,983
4	Европейская Россия, Южная тайга	Смешанные леса модальные сосняки, Швиденко и др., 1996	1,28	196	0,7	0,05	305	0,989	0,998	0,991
5	Белоруссия	Нормальные сосняки, орликовый, мшистый и черничный типы, Багинский, 1984	1,5	230	0,75	0,05	240	0,995	0,995	0,987
6	СНГ	Нормальные сосняки, Загреев, 1993	1,43	219	0,7	0,05	236	0,986	0,996	0,951
7	Швеция	Нормальные сосняки, Maas, 1911, цит. по Орлову, 1928	1,05	280	0,7	0,05	188	0,979	0,992	0,965
8	Северо- Германская низменность	Нормальные сосняки, Schwappach, 1896, цит. по Орлову 1928	3,5	164	0,8	0,05	173	0,989	0,996	0,994
9	Германия	Нормальные сосняки при умеренном разреживании, Wiedemann, Schober, 1957	1,76	140	0,7	0,05	143	0,996	0,979	0,995
10	Германия	Нормальные сосняки умеренного прореживания, Gehrhardt, 1921	1,87	165	0,715	0,05	192	0,991	0,999	0,922
11	Европейская Россия, южная тайга	Смешанные леса, модальные сосняки, Швиденко и др., 1996	1,68	280	0,7	0,05	139	0,993	0,999	0,989

Таблица 2 – Результаты расчетов по ЭФМ для регионов Севера Европейской России и Урала

№ п/п	Регион	Тип древостоя, автор, год получения	m_{∞} , тонн	N_{∞} , 1/га	q	r	t_{max} , лет	M_m	M_N	M_M
1	Средний Урал	Нормальные сосняки, Швиденко и др., 1996	1,33	240	0,7	0,05	206	0,993	0,999	0,957
2	Средний Урал	Сосняки припышминских боров, Чудников, Козловский и др., 1955	1,3	315	0,75	0,051	150	0,985	0,999	0,976
3	Северо-Восток Европейской России (Коми)	Сомкнутые сосняки, Огородов, 1967	1,4	190	0,75	0,051	195	0,996	0,998	0,991
4	Архангельская обл.	Сомкнутые сосняки с березой, Неволин, 1967	0,9	290	0,7	0,05	163	0,976	0,997	0,975
5	Карелия и Мурманская обл.	Модальные сосняки, Швиденко и др., 1996	1,37	195	0,7	0,05	308	0,991	0,998	0,922
6	Карелия и Мурманская обл.	Нормальные сосняки, 1996	1,23	303	0,7	0,05	283	0,985	0,991	0,991
7	Средний Урал	Сомкнутые сосняки, Милованович, 1967	1,51	197	0,72	0,05	285	0,991	0,998	0,971

Таблица 3 – Результаты расчетов по ЭФМ регионов Сибири (РФ) и Казахстана

№ п/п	Регион	Тип древостоя, автор, год получения	m_{∞} , тонн	N_{∞} , 1/га	q	r	t_{max} , лет	M_m	M_N	M_M
1	Казахстан	Казахский мелкосопочник, нормальные сосняки	0,98	347	0,71	0,055	190	0,999	0,992	0,975

2	Западная Сибирь	Средняя и южная тайга, нормальные сосняки, Швиденко, 1996	1,38	193	0,7	0,045	190	0,999	0,994	0,953
3	Курганская обл.	Сомкнутые сосняки, Ходот, 1967	1,67	199	0,74	0,05	206	0,989	0,997	0,989
4	Южное Зауралье	Бассейн реки Тавда, майниково-брусничный тип, Гаврилов, 1975	1,37	270	0,75	0,05	173	0,999	0,984	0,991
5	Приангарье	Модальные сосняки, чернично-зеленомошный тип, Суприянович, Семечкин, 1976	0,97	255	0,8	0,049	220	0,998	0,978	0,945
6	Центральная и Восточная Сибирь	Таежная лесостепная зона, Швиденко, 1996	1,62	205	0,7	0,05	260	0,988	0,999	0,908
7	Казахстанское Прииртышье	Ленточные боры, нормальные сосняки, Швиденко, 1996	0,93	303	0,7	0,051	160	0,967	0,982	0,990

Результаты расчета однозначно свидетельствуют о том, что ЭФМ дает хорошее согласие с ТХР, так как значение критерия качества Нэша-Сатклифа составляет, как правило, не менее 0,99, а для некоторых древостоев достигает трех и даже четырех девяток после запятой. Расчет отклонения теоретических значений всех трех величин (биомассы среднего дерева, числа деревьев на гектар и общей биомассы древостоя) от соответствующих экспериментальных значений не превышает 5% – 7%, что вполне согласуется с расчетами по эмпирическим моделям (см., например, [1]).

Параметр модели r остается постоянным для всех регионов Евразии, он равен 0,05 для 80% регионов, а для остальных регионов отличие от 0,05 равно 0,001. Исключение представляют два региона – Архангельская область и Западная Сибирь. Известно, что ЭФМ имеет термодинамическое обоснование [1], поэтому предполагаем, что выводы, сделанные по результатам расчета модели термодинамически обоснованны, т.е. бонитетная шкала, с точки зрения термодинамического подхода, как вывод из результатов расчета по ЭФМ, также обоснованна термодинамически, а скорость расхода ресурса является экологической постоянной для всех древостоев регионов Евразии. Аллометрический параметр модели q также имеет тенденцию к независимости от географического положения региона, хотя она

менее ярко выражена. Для более 50% регионов значение $q = 0,7$, для остальных – отличие не превышает 0,05. Необходимо отметить, что постоянство этого параметра более очевидно для регионов Центральной России и Европы (Таблица 1), тогда как для регионов Севера Европейской России, Урала, Сибири (РФ) и Казахстана значение параметра q может как превысить 0,75, так и быть ниже этого уровня. Следует сказать, что аллометрический параметр q неоднократно измерялся и связан с листовым индексом [12], поэтому его определение имеет актуальный характер. Для подтверждения постоянства параметра q и независимости параметра r от географического положения необходимо проводить дальнейшие исследования как для сосняков других бонитетов, так и для других пород древостоев.

Значения следующей пары варьлируемых параметров m_{∞} и N_{∞} не постоянны, и для многих регионов они достаточно сильно различаются. Этот факт не является неожиданностью, так как ТХР показывают достаточно сильное различие и в биомассах древостоя, и в числе деревьев на гектар, если брать эти значения в одно и то же время. Однако для ЭФМ знание этих параметров имеет важное значение, так как они определяют предельное (в модели) значение биомассы насаждения $M_{\infty} = m_{\infty}N_{\infty}$. Если в процессе оптимизации было получено, что предельное значение биомассы насаждения меньше максимального значения, то модель может описывать «немонотонную» зависимость при больших временах древостоя.

Таким образом, проведенная работа позволяет сделать следующие выводы:

1. ЭФМ, может быть применена для описания динамики хода роста, которая представлена местными ТХР.
2. Географическое положение регионов и типология леса практически не оказывает влияния на значения параметров r и q .
3. Бонитетная шкала имеет термодинамическое обоснование, о чем говорит независимость параметра r от типологии леса и от географического расположения региона.
4. Отсутствие закономерности в поведении параметров m_{∞} и N_{∞} в зависимости от региона вполне объяснимо, так как экспериментальные данные о биомассе насаждения и числе деревьев на гектар сильно различаются в зависимости от региона.
5. Необходимо продолжить исследование в этом направлении для подтверждения полученных закономерностей.

Работа выполнена при поддержке внутреннего гранта ВГЛТУ, выделенного в 2025 г. на проект «Влияние условий произрастания древесной растительности на термодинамические характеристики древостоев»; руководитель – профессор Матвеев Н.Н.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев, А.В. Динамическая модель роста и производительности сосновых древостоев (*Pinus sylvestris* L.) Унженской низменности / А.В. Лебедев // Лесотехнический журнал. – 2024. – Т. 14, № 3(55). – С. 127-151. – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.3/8>.
2. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов, т. 5. Слу – Я. – Москва: Советская энциклопедия, 1984. – С. 1011.

3. Лисицын, В.И. Моделирование динамики хода роста древостоев на основе термодинамического подхода / В.И. Лисицын, М.В. Драпалюк, Н.Н. Матвеев // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. – 2022. – № 3(387). – С. 213-225. – DOI: 10.37482/0536-1036-2022-3-213-225.
4. Таксация леса. Ход роста насаждений : учебное пособие / И.С. Сальникова, Т.С. Воробьева, З.Я. Нагимов, С.С. Зубова, О.Н. Орехова, А.В. Суслов; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Уральский государственный лесотехнический университет. – Екатеринбург : УГЛТУ, 2020. – 130 с
5. Lisitsyn, V.I. Ecological and physiological modelling of mixed stand dynamics / V.I. Lisitsyn, N.N. Matveev, V.V. Saushkin // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, Voronezh, 09-10 сентября 2021 года. – Voronezh, 2021. – P. 12042. – DOI 10.1088/1755-1315/875/1/012042.
6. Лисицын, В.И. Динамика роста хвойных древостоев *Pinus sylvestris* L., *Picea Abies* (L.) Н. Karst. и *Pinus sibirica* Du Tour: модифицированная модель / В.И. Лисицын, Т.П. Новикова, А.И. Новиков // Лесотехнический журнал. – 2024. – Т. 14, № 2(54). – С. 54-69. – DOI 10.34220/issn.2222-7962/2024.2/4.
7. Таблицы и модели хода роста и продуктивности насаждений основных есообразующих пород Северной Евразии : нормативно-справочные материалы / А.З. Швиденко, Д.Г. Щепаченко, С. Нильсон, Ю.И. Булуй. – 2-е издание, дополненное. – Москва : Федеральное агентство лесного хозяйства Министерства сельского хозяйства Российской Федерации, 2008. – 886 с.
8. Усольцев, В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: нормативы и элементы географии / В.А. Усольцев. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2002. – 762 с.
9. Усольцев, В.А. Биомасса и первичная продукция лесов Евразии : [монография : электронная база данных] / В.А. Усольцев ; Российская академия наук, Уральское отделение, Ботанический сад. – 4-е дополненное электронное издание. – Екатеринбург, 2023. – <https://elar.usfeu.ru/handle/123456789/12452>.
10. Bertalanffy, L. v. Biophysik des Fließgleichgewichts / L. von Bertalanffy. – Vieweg, Braunschweig, 1953. – 60 p.
11. Nash, J.E. River flow forecasting through conceptual models. Part I – A discussion of principles / J.E. Nash, J.V. Sutcliffe // Journal of Hydrology. – 1970. – Vol. 10, Iss. 3. – P. 282-290.
12. Корзухин, М.Д. Построение кривых хода роста древостоев на основе обобщенной модели Берталанфи по данным государственного лесного реестра / М.Д. Корзухин // Лесоведение. – 2019. – № 2. – С. 105–114.

REFERENCES

1. Lebedev, A.V. Dynamic model of growth and productivity of pine stands (*Pinus sylvestris* L.) of the Unzha Lowland / A.V. Lebedev // Forestry journal. – 2024. – Vol. 14, No. 3 (55). – P. 127-151. – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.3/8>.
2. Mathematical encyclopedia: Ed. I.M. Vinogradov, v. 5. Slu – Ya. – Moscow: Sovetskaya Encyclopedia, 1984. – P. 1011.

3. Lisitsyn, V.I. Modeling the dynamics of tree stand growth based on the thermodynamic approach / V.I. Lisitsyn, M.V. Drapalyuk, N.N. Matveyev // News of higher educational institutions. Forestry journal. – 2022. – No. 3(387). – P. 213-225. – DOI 10.37482/0536-1036-2022-3-213-225.
4. Forest taxation. Growth course of stands: a tutorial / I.S. Salnikova, T.S. Vorobyova, Z.Ya. Nagimov, S.S. Zubova, O.N. Orekhova, A.V. Suslov; Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Ural State Forest Engineering University. – Ekaterinburg: USFTU, 2020. – 130 p.
5. Lisitsyn, V.I. Ecological and physiological modelling of mixed stand dynamics / V.I. Lisitsyn, N.N. Matveev, V.V. Saushkin // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, Voronezh, September 09–10, 2021. – Voronezh, 2021. – P. 12042. – DOI 10.1088/1755-1315/875/1/012042.
6. Lisitsyn, V.I. Growth dynamics of coniferous stands *Pinus sylvestris* L., *Picea Abies* (L.) H. Karst. and *Pinus sibirica* Du Tour: a modified model / V.I. Lisitsyn, T.P. Novikova, A.I. Novikov // Forestry Engineering Journal. – 2024. – Vol. 14, No. 2(54). – P. 54-69. – DOI 10.34220/issn.2222-7962/2024.2/4.
7. Tables and models of the growth and productivity of plantings of the main forest-forming species of Northern Eurasia: normative and reference materials / A.Z. Shvidenko, D.G. Shchepashchenko, S. Nilson, Yu.I. Buluy. – 2nd edition, supplemented. – Moscow: Federal Forestry Agency of the Ministry of Agriculture of the Russian Federation, 2008. – 886 p.
8. Usoltsev, V.A. Forest phytomass in Northern Eurasia: standards and geographic elements / V.A. Usoltsev. – Ekaterinburg: Publishing house of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2002. – 762 p.
9. Usoltsev, V.A. Biomass and primary production of Eurasian forests: [monograph: electronic database] / V.A. Usoltsev; Russian Academy of Sciences, Ural Branch, Botanical Garden. – 4th supplemented electronic edition. – Ekaterinburg, 2023. – <https://elar.usfeu.ru/handle/123456789/12452>.
10. Bertalanffy, L. v. Biophysik des Fließgleichgewichts / L. von Bertalanffy. – Vieweg, Braunschweig, 1953. – 60 p.
11. Nash, J.E. River flow forecasting through conceptual models. Part I – A discussion of principles / J.E. Nash, J.V. Sutcliffe // Journal of Hydrology. – 1970. – Vol. 10, Iss. 3. – P. 282-290.
12. Korzukhin, M.D. Construction of growth curves of forest stands based on the generalized Bertalanffy model using data from the state forest register / M.D. Korzukhin // Forest Science. – 2019. – No. 2. – P. 105-114.