

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ХАОСА ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ СРЕДНЕМЕСЯЧНЫХ ТЕМПЕРАТУР

INVESTIGATION OF NONLINEAR CHAOS IN TEMPERATURE TIME SERIES

Кочетова Ж.Ю., доктор географических наук, доцент, доцент, ФГКВОУ ВО Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Россия

Kochetova Zh.Yu., DrSc in Geography, Docent, Associate Professor, FSOMEI HE Military Educational and Scientific Centre of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia

Внукова С.В., кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, Россия

Vnukova S.V., PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, Voronezh, Russia

Тронин А.Л., кандидат технических наук, начальник кафедры, ФГКВОУ ВО Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Россия

A.L. Tronin, PhD in Technical Sciences, Head of the Department, FSOMEI HE Military Educational and Scientific Centre of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh, Russia

Дубачева А.В., студент 3 курса географического факультета, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», Воронеж, Россия

Dubacheva A.V., 3rd year student at the Geography Faculty, Voronezh State University, Voronezh, Russia

Аннотация. Для понимания и прогнозирования среднемесячной динамики температур использован подход к реконструкции фазового пространства. Прогнозы сделаны на основе нелинейной локальной полиномиальной процедуры путем пошагового представления динамики, зафиксированной в фазовом пространстве в локальных окрестностях. Временной ряд температурных данных реконструировали в фазовых пространствах с размерностями вложения от 1 до 10 и временем задержки от 1 до 14 месяцев, сделаны прогнозы на период более 1 года. Результаты показали хорошее соответствие между прогнозируемыми и наблюдаемыми температурами.

Ключевые слова: временной ряд, температурный режим, хаотическая динамика, реконструкция фазового пространства, локальная аппроксимация, прогноз погоды.

Abstract. An approach to phase space reconstruction is used to understand and predict the average monthly temperature dynamics. The predictions are made using a nonlinear local polynomial procedure by stepwise representing the dynamics recorded in the phase space in the local neighborhood. The time series of temperature data was reconstructed in phase spaces with embedding dimensions from 1 to 10 and a delay time from 1 to 14 months, and forecasts for a period of more

than 1 year were made. The results showed a good correspondence between the predicted and observed temperatures.

Keywords: time series, temperature regime, chaotic dynamics, phase space reconstruction, local approximation, weather forecast.

Прогнозирование погоды имеет большое значение для планирования военных, промышленных и сельскохозяйственных задач. Глобальное численное прогнозирование погоды впервые применил британский математик Льюис Фрай Ричардс в 1922 г. Он предложил измерять метеопараметры в равноудаленных точках земного шара, а затем по этим характеристикам рассчитывать параметры в следующий момент времени. Ричардс потерпел неудачу, так как размер шага интегрирования приводил к нереалистичным результатам, а длительность производимых вручную расчетов превышала время прогнозирования. В настоящее время при наличии суперкомпьютеров, благодаря накоплению обширных баз данных, измеренных с высокой точностью, и разработке новых подходов к прогнозированию, предсказание погоды на несколько дней стало возможным и уже широко применяется. Основной метод заключается в решении уравнений глобального стока и атмосферной энергии (уравнений Навье-Стокса) [1]. Из-за присущей этим уравнениям сложности используются упрощения (гидростатические, геострофические и квазигеострофические приближения), что приводит к снижению точности прогноза [2]. К факторам, влияющим на точность, также относятся плотность и качество наблюдений, используемых как входные данные. Даже с учетом растущей мощности суперкомпьютеров точность прогноза по численным моделям удовлетворительна максимум на шесть дней.

Методы постобработки (статистика выходных данных) позволяют снизить ошибки численных прогнозов, однако более фундаментальная проблема заключается в хаотической природе дифференциальных уравнений, используемых для моделирования атмосферы. Точно решить эти уравнения невозможно, а небольшие ошибки со временем увеличиваются примерно вдвое каждые пять дней [3]. Кроме того, в такие модели необходимо включать параметры, учитывающие солнечную радиацию, влажность воздуха, облачность и осадки, теплообмен, тип подстилающей поверхности и влияние рельефа местности.

Для количественной оценки доли неопределенности, присущей численному моделированию погоды, с 1990-х годов используют ансамблевые прогнозы – группу различных прогнозных сценариев, каждый из которых основан на немного другой, но реалистичной конфигурации исходного состояния атмосферы [4]. Чтобы получить статистическое распределение ошибок прогнозирования, выполняется моделирование методом Монте-Карло. Такой подход позволяет рассчитать вероятность события. Например, если вероятность осадков составляет 80 %, то из 50 членов ансамбля 40 (абсолютное большинство) прогнозируют дождь, а 10 исключают осадки. Каждый член ансамбля обладает одинаковой вероятностью оказаться правильным (заранее определить какой самый надежный невозможно). Горизонт прогноза при таком подходе составляет 7-10 дней.

Существуют методы прогнозирования погоды, основанные на «масштабировании» глобальных климатических моделей на локализованные регионы с использованием статистических корреляций между предикторами и прогнозами [5]. Прогнозные параметры (температура, осадки, давление на разных высотах и в разных местах) берутся из выходных

данных глобальной модели. Эти методы в основном используются для изучения влияния глобального потепления на поверхностные переменные.

Статистические методы прогнозирования погоды на основе временных рядов описаны в работе [6]. В этих методах ряд разбивается на циклическую, трендовую и ошибочную составляющие. Эти модели не отражают динамику системы и дают сбой при прогнозировании на срок более 11 дней.

В последние десятилетия интерес ученых вызывает энтропийный подход к прогнозированию поведения сложных природных и технических систем [7-10]. Понятие теории детерминированного хаоса (кажущееся нерегулярным поведение систем) может быть результатом простого детерминизма, на который влияют нелинейные взаимозависимые переменные. Поэтому методы нелинейной динамики могут быть полезны и для понимания температурного режима воздуха.

В настоящей работе исследуются ежемесячные температуры, наблюдаемые на метеостанции в г. Воронеж в период с 1920 г. по 2024 г. на высоте 2 м. Ранее воронежскими учеными было установлено, что после 1987 г. следует постоянное скачкообразное повышение температуры. Первое десятилетие этого века стало самым теплым за наблюдаемый период. А средняя годовая температура воздуха в 2020 г. составила $\sim 9,5^\circ\text{C}$, что на $3,1^\circ\text{C}$ выше нормы 1961-1990 гг. [11].

Для исследования хаоса в динамике среднемесячных температур и составления краткосрочных прогнозов применяли метод нелинейного прогнозирования. Он включает реконструкцию временного ряда с одной переменной в многомерном фазовом пространстве. Для скалярного временного ряда температур X_i (где $i = 1, 2, \dots, N$) фазовое пространство может быть восстановлено в виде:

$$Y_j = (X_j, X_{j+\tau}, X_{j+2\tau}, \dots, X_{j+(m-1)\tau}), \quad (1)$$

где $j = 1, 2, \dots, N-(m-1)\tau$; m – размерность вектора Y_j , называемая размерностью вложения (минимальное число динамических переменных, однозначно описывающих наблюдаемый процесс); τ – время задержки [10].

Корректная реконструкция фазового пространства в измерении m позволяет интерпретировать лежащую в его основе динамику в виде m -мерной карты f_T :

$$Y_{j+T} = f_T(Y_j), \quad (2)$$

где Y_j и Y_{j+T} – векторы размерности m , описывающие состояние системы в моменты времени j (текущее состояние) и $j+T$ (будущее состояние).

Задача состоит в том, чтобы найти подходящее выражение для f_T . Существует несколько подходов для определения такого выражения. В данном исследовании используется метод локальной аппроксимации [12]. В этом методе область f_T разделяется на множество локальных областей (подмножеств), каждая из которых определяет некоторые приближения F_T , действительные только в этом подмножестве. Таким образом, динамика системы в фазовом пространстве представляется пошагово локально.

Определение множеств, на которые следует разделить область, выполняется путем вычисления показателя:

$$\sum_{p=1}^k \|Y_{j+1}^p - F_T Y_j^p\|^2. \quad (3)$$

Здесь учитывается начальная точка Y_j , с которой начинается прогноз, определяются соседи Y_j^p ($p = 1, 2, \dots, k$; $j^p < j$), ближайшие к Y_j , которые составляют множество, соответствующее Y_j . С помощью этого алгоритма можно построить локальные функции, которые переводят каждую точку в окрестности в следующую окрестность: от Y_j^p до Y_{j+1}^p . Локальная карта F_T определяется методом наименьших квадратов, минимизирующих выражение (3). Прогнозы делаются на локальной карте из новой точки Z_0 , для которой будет найден ближайший сосед в обучающем наборе Y_q . Затем находится эволюция Z_0 , которая обозначается как Z_1 и задается формулой:

$$Z_1 = F_q(Z_0), \quad (4)$$

Следующим находится ближайший сосед к Z_1 , и процедура повторяется для прогнозирования последующих значений. Описанная выше методика используется в данном исследовании для локальных полиномиальных прогнозов, реализованных в программном обеспечении GeneXproTools 2023.

Оценка точности прогноза может быть произведена с помощью любого из стандартных статистических показателей. В этом исследовании используются коэффициент линейной парной корреляции (r); коэффициент детерминации (R^2).

Результаты метода нелинейного прогнозирования могут быть использованы для оценки хаоса (или его отсутствия) в основной динамике, что называется «обратным подходом к идентификации хаоса». Наличие хаоса можно обнаружить, проверив точность прогноза на соответствие размерности вложения и времени задержки.

Чтобы при реконструировании аттрактора из экспериментальных данных получить полноценный набор переменных состояния, необходимо исходные данные, полученные в результате измерений, вложить в пространство большей размерности. Размерность вложения аттрактора – это минимальная размерность фазового пространства, в которое без самопересечений может быть помещено гладкое многообразие, целиком содержащее этот аттрактор. Если динамика хаотична, то точность прогнозирования будет увеличиваться с увеличением размерности пространства вложения до определенной точки, называемой оптимальным размером вложения (m_{opt}), и останется высокой для размеров вложения, превышающих m_{opt} . Для стохастических временных рядов точность прогнозирования не растет с увеличением размерности пространства вложения, она остается неизменной при любом значении этого параметра.

Что касается времени задержки, то при его росте и фиксированной размерности пространства вложения прогнозы в хаотических системах могут ухудшаться или улучшаться значительно быстрее, чем в стохастических. Это связано с чувствительностью хаотических систем к начальным условиям [8, 9].

На рисунке 1 показана реконструкция ряда ежемесячных температур в двумерном фазовом пространстве, т.е. проекция аттрактора на плоскость $[X_i, X_{i+\tau}]$ при $\tau = 1, 2, 3, 4, 6$ и 12 месяцев. Четко видимый аттрактор присутствует при $\tau < 4$, затем аттрактор становится все менее и менее понятным, наблюдаются пересечения траекторий. При дальнейшем увеличении

τ до 6 и 12 месяцев аттрактор исчезает, т.е. в динамической системе отсутствует траектория, притягивающая к себе соседние.

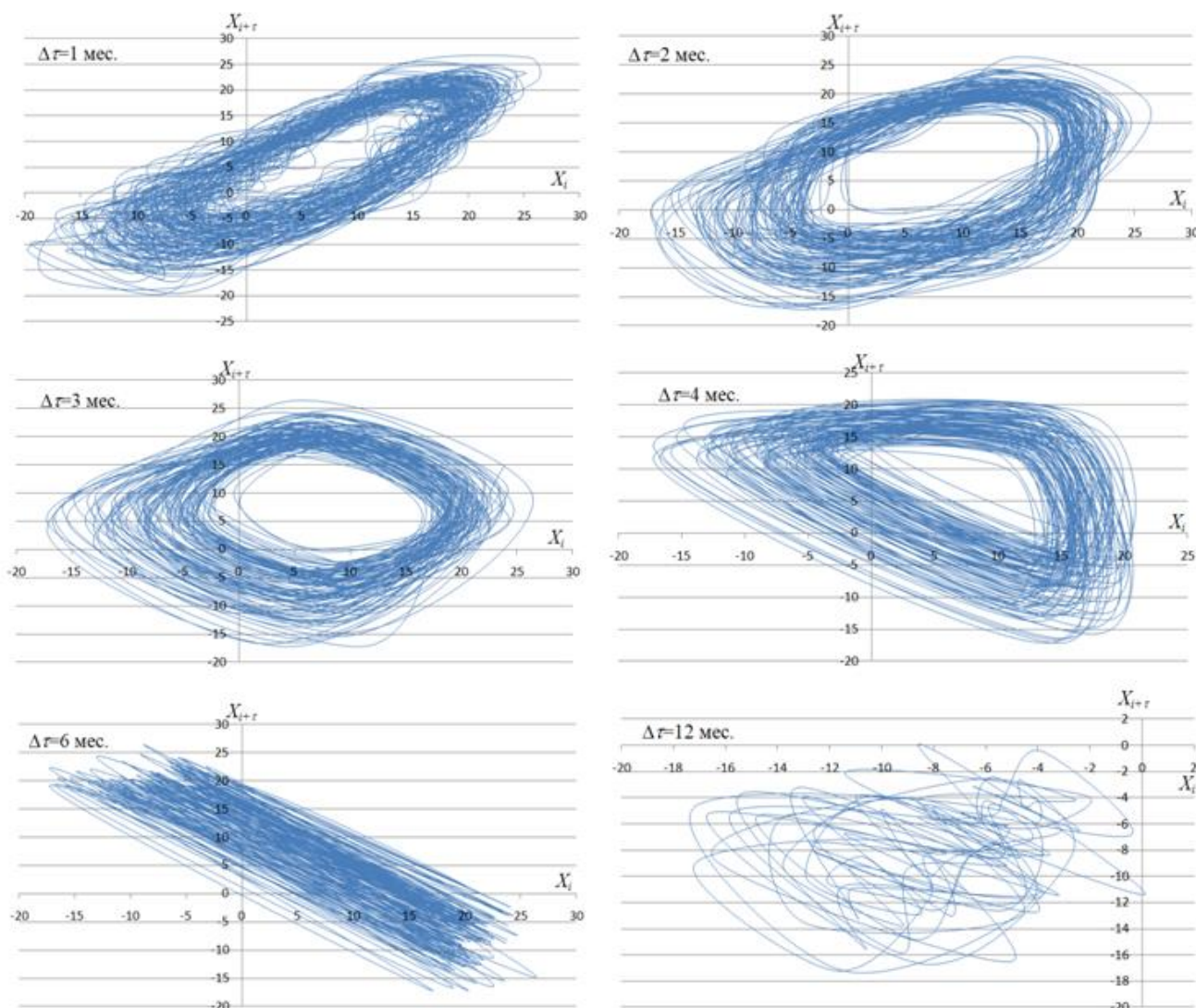


Рисунок 1 – Фазовая пространственная диаграмма среднемесячных температур с $\tau = 1, 2, 3, 4, 6$ и 12 месяцев (1920-2024 гг.)

Для обучающей выборки использовали 432 значения среднемесячных температур, измеренных с 1987 г., когда было отмечено постоянное повышение температуры в связи с изменением климата. Прогнозировали среднемесячные приземные температуры для 2024-2025 гг. Фазовое пространство реконструировали с размерностями пространства вложения от 1 до 10, как принято на практике [10].

На рисунке 2 с использованием графиков временных рядов сравниваются наблюдаемые и прогнозируемые значения температур с временем задержки $T = 1$ месяц и $T = 2$ месяца.

Оптимальные размерности вложения различны для разных времен задержки. Лучшая сходимость реальных и прогнозных значений достигается при $m = 5$ для $T = 1$ месяц и при $m = 6$ для $T = 2$ месяца. Затем коэффициенты корреляции и детерминации практически не изменяются. Надо отметить, что прогнозируемые значения хорошо согласуются с наблюдаемыми для размерностей вложения $m \geq 2$.

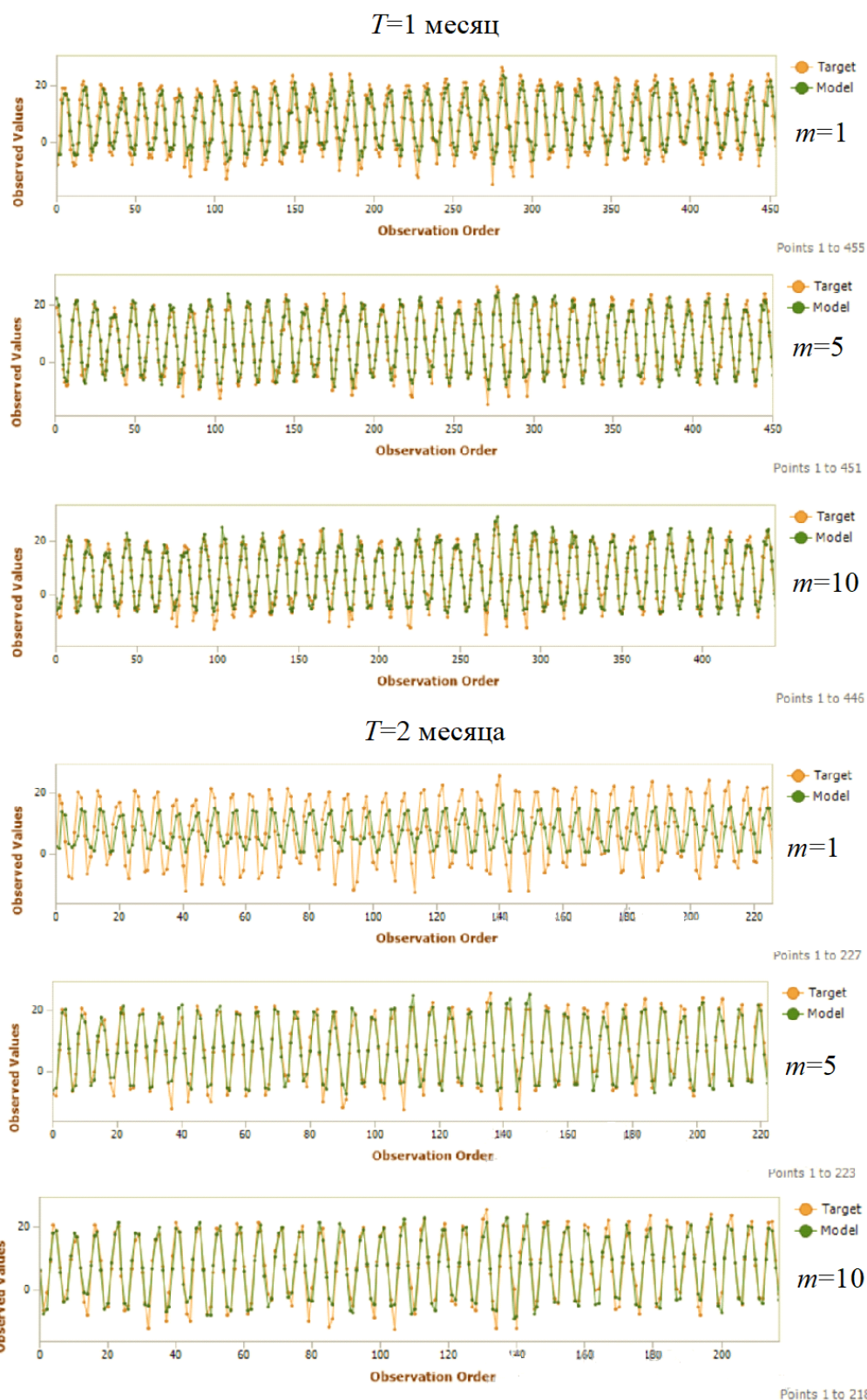


Рисунок 2 – Сравнение наблюдаемой и прогнозируемой температуры с использованием временных рядов с различными размерностями вложения m и временем задержки T (1987-2023 гг.)

На рисунке 3 показана сплошная линия 1:1 (по диагонали) для $m = 5$. Из рисунка следует, что при разном времени задержки даже очень высокие и очень низкие значения температур достаточно хорошо прогнозируются.

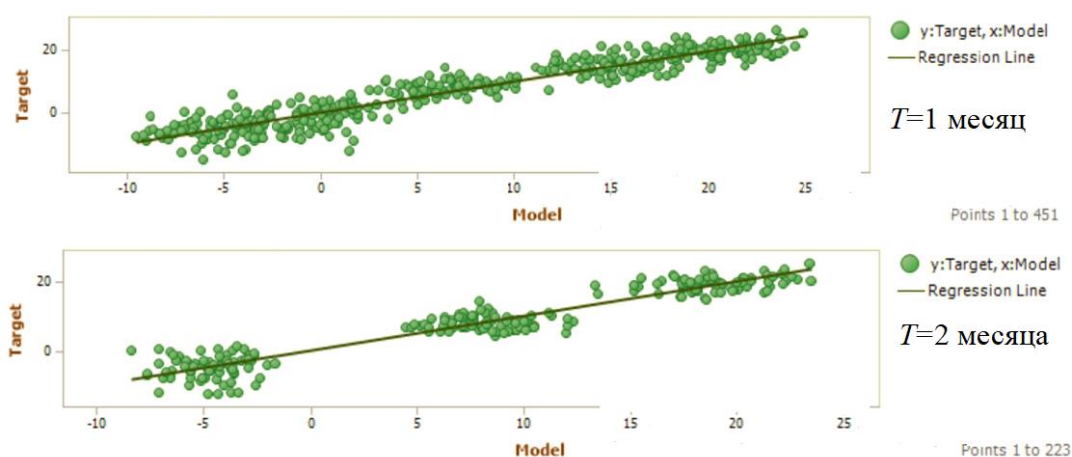


Рисунок 3 – Сравнение наблюдаемой и прогнозируемой температуры с использованием точечной диаграммы при разном времени задержки T ; размер вложения $m = 5$ (1987-2023 гг.)

Хорошая точность прогноза при размерности вложения $m = 5$ возможна при $T = 1$ месяц, и она продолжает увеличиваться до $T = 12$ месяцев (таблица 1). Это объясняется сезонной динамикой временных рядов температур. Обычно для прогнозирования временных рядов с сезонной динамикой время задержки выбирают равным либо четверти, либо половине цикла.

Таблица 1 – Характеристики точности моделирования приземной температуры с различным временем задержки T при $m = 5$ (1987-2023 гг.)

Время задержки T , месяц	R^2	r
1	0,9201	0,9592
2	0,9130	0,9555
3	0,9145	0,9563
4	0,9316	0,9652
5	0,9318	0,9650
6	0,9506	0,9749
7	0,9526	0,9760
8	0,9322	0,9655
9	0,9474	0,9733
10	0,9528	0,9761
11	0,9354	0,9671
12	0,4573	0,6762
13	0,9448	0,9740
14	0,8824	0,9337

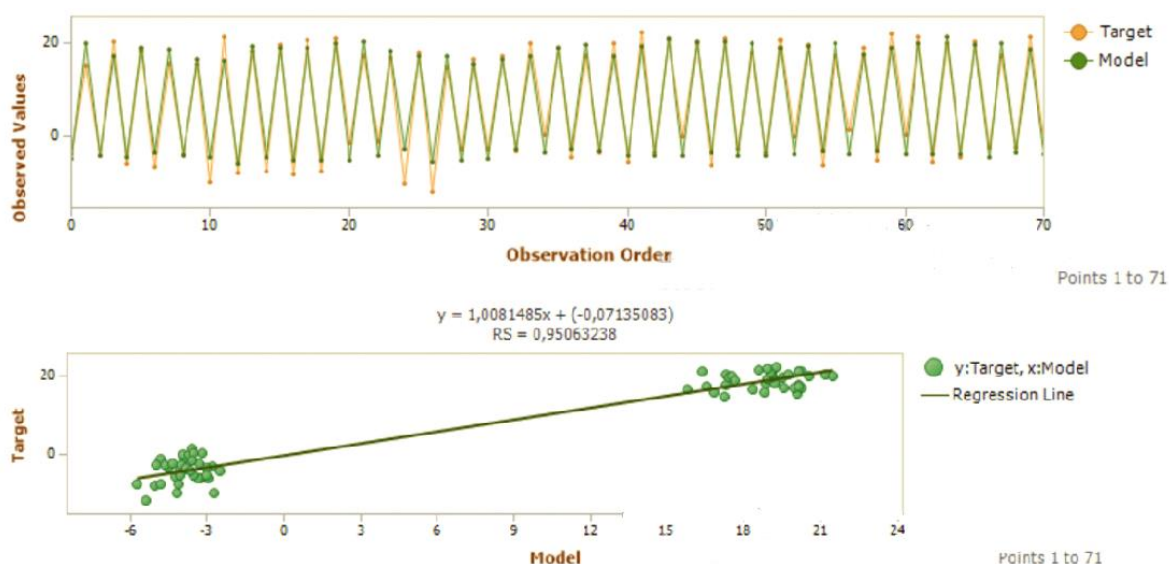


Рисунок 4 – Сравнение наблюдаемой и прогнозируемой температуры при $m = 5$, $T = 6$ месяцев (1987-2023 гг.)

На рисунке 4 показаны графики сравнения экспериментального и прогнозируемого ряда температуры обучаемой выборки для выбранных оптимальных условий.

Реконструкция ряда значений одной переменной (среднемесячной температуры на высоте 2 м) в многомерном фазовом пространстве отражает важные особенности динамики системы. Процедура локальной аппроксимации, заключающаяся в пошаговом представлении траектории движения точки аттрактора в фазовом пространстве, позволяет прогнозировать динамику температуры. Наличие оптимальной размерности вложения $m_{opt} = 5$ предполагает возможное присутствие в наблюдаемой системе многомерного хаоса, для описания которого необходима потоковая динамическая система размерностью более трех. Это подтверждается и тем, что точность прогнозирования возрастает с увеличением размера вложения до определенного значения ($m = 5$), а затем при превышении этого значения изменяется разнонаправлено.

Таким образом, для установления особенностей динамики среднемесячных температур требуется пятимерная реконструкция фазового пространства. Другими словами, динамика температуры зависит, по крайней мере, от пяти доминирующих переменных. Но небольшое снижение точности прогнозирования при использовании для реконструкции временного ряда фазовых пространств с $m > 5$ может быть связано и с наличием шума (погрешности измерения) во временном ряду, так как его влияние при более высоком размере вложения обычно растет.

С учетом приведенных выше результатов составлен прогноз среднемесячных температур в г. Воронеж на 2024-2025 гг. Сравнение прогнозируемых значений с наблюдаемыми представлено на рисунке 5. Получены достаточно хорошие результаты прогнозирования среднемесячных температур на 13 месяцев ($R^2 \sim 0,90$).

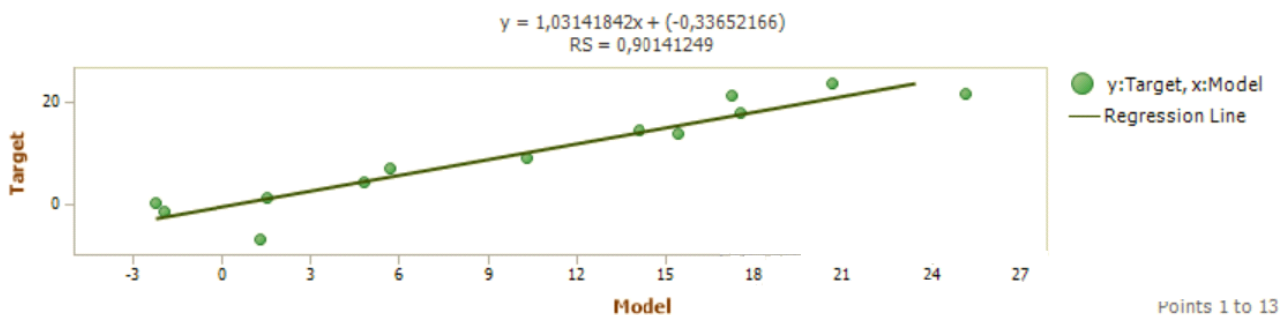


Рисунок 5 – Результат тестирования обученной модели: прогнозирование среднемесячных приземных температур в г. Воронеж (2024 г., январь 2025 г.); $m_{opt} = 5$, $T = 1$ месяц

Для понимания и прогнозирования динамики среднемесячной температуры, наблюдаемой в г. Воронеж, был использован подход к реконструкции фазового пространства, при котором один ряд переменных восстанавливается в многомерном фазовом пространстве, чтобы отразить важные динамические характеристики базовой системы. Прогнозы были сделаны с использованием нелинейной локальной полиномиальной процедуры путем пошагового представления динамики, зафиксированной в фазовом пространстве в локальных окрестностях. Ряд данных о температурах был реконструирован в фазовых пространствах от 1 до 10 измерений, были сделаны прогнозы на период до 13 месяцев. Результаты показали хорошее соответствие между прогнозируемыми и наблюдаемыми значениями температур. Достигнутые хорошие результаты прогнозирования указывают на полезность реконструкции фазового пространства и пригодность нелинейного локального полиномиального подхода для понимания и прогнозирования динамики температур. Существование оптимальной размерности вложения свидетельствует о том, что динамика исследуемой системы характеризуется хаотическим поведением. Результаты также показали, что минимум 5 переменных влияют на динамику среднемесячных температур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каргин, Н.И. Вычислительный метод оценки поля скорости ветра в пограничном слое атмосферы на основе уравнения Навье-Стокса / Н.И. Каргин, В.И. Нац // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. – 2005. – № S5. – С. 1-13.
2. Елисеев, А.В. Основные понятия устойчивости и прогнозируемости крупномасштабных атмосферных процессов / А.В. Елисеев. – Казань: Издательство Казанского университета, 2017. – 23 с.
3. Магницкий, Н.А. Теория динамического хаоса / Н.А. Магницкий. – Москва: Едиториал УРСС, 2011. – 320 с.
4. Цепелев, В.Ю. Ансамблевый прогноз: составление, использование, интерпретация / В.Ю. Цепелев, О.Г. Анискина. – Санкт-Петербург.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2022. – 110 с.
5. Юничева, Н.Р. Автоматизация предпроцессинговой обработки данных глобальных климатических моделей для проведения расчетов региональных климатических моделей для

первого приоритетного периода программы CORDEX / Н.Р. Юничева, Д.Б. Нурсеитов, И.Б. Есеркепова [и др.] // Гидрометеорология и экология. – 2020. – № 2 (97). – С. 94-102.

6. Мирсаева, Н.А. Статистические методы долгосрочного прогноза погоды / Н.А. Мирсаева. – Казань: Издательство Казанского университета, 2018. – 21 с.

7. Серых, И.В. Хаос и порядок в атмосферной динамике. Часть 1. Хаотические вариации погоды / И.В. Серых, Д.М. Сонечкин // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2017. – Т. 25, № 4. – С. 4-22.

8. Базарский, О.В. Энтропия абиотических геосфер и модель для оценки и прогноза их состояния / О.В. Базарский, Ж.Ю. Кочетова // Биосфера. – 2021. – Т. 13, № 1-2. – С. 9-14.

9. Базарский, О.В. Теория детерминированного хаоса для описания эколого-медицинской системы / О.В. Базарский, Ж.Ю. Кочетова // Географическая среда и живые системы. – 2021. – № 3. – С. 96-109.

10. Мальцев, Г.Н. Алгоритм реконструкции фазового пространства динамической системы и его применение для разработки прогнозных моделей / Г.Н. Мальцев, А.В. Назаров, В.Л. Якимов // Информационно-управляющие системы. – 2014. – № 2 (69). – С. 33-39.

11. Дмитриева, В.А. Температурный режим Воронежской области в условиях меняющегося климата / В.А. Дмитриева, А.И. Сушков // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: География. Геоэкология. – 2023. – № 2. – С. 56-63.

12. Лоскутов, А.Ю. Применение метода локальной аппроксимации для прогноза экономических показателей / А.Ю. Лоскутов, Д.И. Журавлев, О.Л. Котляров // Вопросы анализа и управления риском. – 2003. – Т. 1, № 1. – С. 21-31.

REFERENCES

1. Kargin, N.I. Computational method for estimating the wind velocity field in the atmospheric boundary layer based on the Navier-Stokes equation / N.I. Kargin, V.I. Naats // Bulletin of higher education institutes. North Caucasus region. Natural sciences. – 2005. – No. S5. – P. 1-13.

2. Eliseev, A.V. Basic concepts of stability and predictability of large-scale atmospheric processes / A.V. Eliseev. – Kazan: Kazan University Press, 2017. – 23 p.

3. Magnitsky, N.A. Theory of dynamic chaos / N.A. Magnitsky. – Moscow: Unified URSS, 2011. – 320 p.

4. Tsepelev, V.Y. Ensemble forecast: compilation, use, interpretation / V.Y. Tsepelev, O.G. Aniskina. – Saint Petersburg: Publishing and Polygraphic Association of Higher Educational Institutions, 2022. – 110 p.

5. Yunicheva, N.R. Automation of preprocessing data of global climate models for the calculation of regional climate models for the first priority period of the CORDEX program / N.R. Yunicheva, D.B. Nurseitov, I.B. Eserkepova [et al.] // Hydrometeorology and Ecology. – 2020. – No. 2 (97). – P. 94-102.

6. Mirsaeva, N.A. Statistical methods of long-term weather forecasting / N.A. Mirsaeva. – Kazan: Kazan University Press, 2018. – 21 p.

7. Serykh, I.V. Chaos and order in atmospheric dynamics. Part 1. Chaotic weather variations / I.V. Serykh, D.M. Sonechkin // Izvestiya vuzov. Applied Nonlinear Dynamics. – 2017. – Vol. 25, No. 4. – P. 4-22.

8. Bazarsky O.V. Entropy of abiotic geospheres and a model for assessing and forecasting their states / O.V. Bazarsky, Zh.Yu. Kochetova // Biosphere. – 2021. – Vol. 13, No. 1-2. – P. 9-14.
9. Bazarsky O.V. The theory of deterministic chaos for the description of the ecological and medical system / O.V. Bazarsky, Zh.Yu. Kochetova // Geographical environment and living systems. – 2021. – No. 3. – P. 96-109.
10. Maltsev, G.N. A reconstruction algorithm for a dynamic system phase space and its application for development of predictive models / G.N. Maltsev, A.V. Nazarov, V.L. Yakimov // Information and control systems. – 2014. – No. 2 (69). – P. 33-39.
11. Dmitrieva, V.A. Thermal regime in the Voronezh region in a changing climate / V.A. Dmitrieva, A.I. Sushkov // Bulletin of the Voronezh State University. Series: Geography. Geoecology. – 2023. – No. 2. – P. 56-63.
12. Loskutov, A.Yu. Applications of a local approximation technique for forecasting of economic indicators / A.Yu. Loskutov, D.I. Zhuravlev, O.L. Kotlyarov // Issues of risk analysis and management. – 2003. – Vol. 1, No. 1. – P. 21-31.