

## **ПЕРСПЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В РАМКАХ КЛАССИЧЕСКИХ ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ В СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЗИКЕ**

А.С. Дубровин<sup>1</sup>, В.И. Сумин<sup>1</sup>, А.С. Кравченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет  
имени Г.Ф. Морозова»

Аннотация. В статье рассматриваются методы системного анализа, которые являются перспективными для обработки информации при математическом моделировании сложных технических систем. Эти системы описываются в рамках классической физики дальнего действия как совокупности материальных точек, подчиняющихся динамике нелинейных физических систем. Траектории материальных точек определяются аналитически с помощью гармонических и полиномиальных аппроксимаций на основе рядов Фурье и Тейлора.

Ключевые слова: системный анализ, обработка информации, сложная техническая система, классическая математическая физика, нелинейная физическая система, система материальных точек, модели дальнего действия, быстрые разложения, ряды Фурье, ряды Тейлора.

## **PROMISING METHODS FOR INFORMATION ANALYSIS AND PROCESSING WITHIN CLASSICAL LONG-RANGE MODELS IN COMPLEX NONLINEAR PHYSICS**

A.S. Dubrovin<sup>1</sup>, V.I. Sumin<sup>1</sup>, A.S. Kravchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

Abstract. The article discusses methods of system analysis that are promising for processing information in mathematical modeling of complex technical systems. These systems are described within the framework of classical long-range physics as a set of material points that obey the dynamics of nonlinear physical systems. The trajectories of material points are determined analytically using harmonic and polynomial approximations based on Fourier and Taylor series.

Keywords: systems analysis, information processing, complex technical system, classical mathematical physics, nonlinear physical system, material points system, action at a distance models, fast expansions, Fourier series, Taylor series.

## **Введение**

В большинстве случаев математическое моделирование сложных технических систем сводится к моделированию динамики соответствующих нелинейных физических систем. При определённых условиях можно пренебречь квантовыми эффектами и иными физическими процессами, описываемыми в рамках современной математической физики. В таких ситуациях классическая математическая физика оказывается вполне достаточной теоретической основой. Формулировка соответствующих задач в этом случае принимает вид краевых условий для систем нелинейных дифференциальных уравнений. Как правило, подобные краевые задачи отличаются высокой вычислительной сложностью и могут решаться либо численно, либо приближённо – аналитическими методами. Помимо собственно нелинейности, факторами сложности выступают количество уравнений, число неизвестных функций и порядок уравнений.

Для эффективной организации вычислительного процесса при моделировании таких технических систем требуется рациональная обработка соответствующей информации на ЭВМ. Для этого привлекаются методы системного анализа в узком смысле, ориентированные именно на использование компьютеров при исследовании сложных систем в трактовке академика Н.Н. Моисеева [1].

Примеры аналогичного применения методов системного анализа для организации эффективной компьютерной обработки данных при математическом моделировании сложных организационных систем приведены в работах [2–5].

## **Типовая краевая задача в условиях моделирования дальнего действия**

Методологический подход к математическому моделированию динамики нелинейных физических систем в первую очередь определяется выбранной физической парадигмой. Современной теоретико-полевой парадигме присущи принципиальные и неустраняемые недостатки и ограничения. Они естественным образом преодолеваются в рамках дальнедействующей физической парадигмы – в принципиальном аспекте, хотя и нетривиальным образом. Это становится возможным благодаря преимуществам дальнедействующей парадигмы, раскрытым в работе [6].

Отсутствие посредников при дальнем действии частиц и тел приводит к представлению физических систем в виде систем материальных точек. Знаменитый пример классической модели дальнего действия – прямое межчастичное взаимодействие Фоккера-Фейнмана [7]. Недостатки этой модели, включая неудачу

ее квантования, ни в коем случае не ставят крест на далекодействующей парадигме, как таковой, но лишь обуславливают актуальность совершенствования моделей дальнего действия, пример попытки которого указан в [8].

Примером типовой краевой задачи при моделировании дальнего действия является проанализированная в [9, 10] задача Коши для системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка

$$\left( m_{\alpha} \ddot{r}_{\alpha} - \frac{Q_{\alpha}^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{r}_{\alpha} \right) (r_1 + r_2)^2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0}, \quad \alpha = \overline{1, 2}, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

относительно траекторий (зависимость модуля  $r_{\alpha}$  радиус-вектора от времени  $t$ )  $r_{\alpha} = r_{\alpha}(t)$  прямолинейного взаимного удаления под действием отталкивающей Кулоновской силы и тормозящей (по формуле Лоренца) силы радиационного трения двух материальных точек с массами  $m_{\alpha}$  и одноименными электрическими зарядами  $Q_{\alpha}$  с начальными условиями

$$r_{\alpha}(0) = R_{0\alpha} > 0, \quad \dot{r}_{\alpha}(0) = R_{1\alpha} \geq 0, \quad \ddot{r}_{\alpha}(0) = R_{2\alpha} \geq 0, \quad (2)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $c$  – постоянная скорости света. Характерная особенность формулы (1) состоит в том, что кроме классической далекодействующей она имеет еще и классическую нерелятивистскую теоретико-полевою интерпретацию (в релятивистском случае формула Лоренца уступает место формуле Лоренца-Абрагама-Дирака или формуле Соколова либо другой подобной). Но даже несмотря на то, что задача Коши (1)–(2) может рассматриваться в теоретико-полевою интерпретации, она в явном виде не содержит физические поля, так что формально эта задача вполне отвечает далекодействующей физической парадигме независимо от конкретно выбранной физической интерпретации.

Вычислительная реализация задачи Коши (1)–(2) сопряжена со значительными трудностями: она нелинейна, имеет третий порядок и формулируется для двух искоемых функций. Данные функции естественным образом интерпретируются как две подсистемы нелинейной физической системы и, в конечном счёте, соответствующей сложной технической системы.

Построение приближённого решения (1)–(2) требует организации эффективной компьютерной обработки информации, получаемой в ходе математического моделирования. При такой обработке информации целесообразно задействовать соответствующие методы системного анализа. Их особенность, согласно [11], заключается в том, что они применяются не к материальным, а к ин-

формационным аспектам сложной технической системы. Главным же информационным аспектом выступает цель сложной системы. В соответствии с [12], цель состоит в достижении системой желаемого (например, своевременного) целевого состояния – то есть состояния, принадлежащего подпространству целевых состояний системы.

При математическом моделировании дальнего действия в рамках классической математической физики важно формализовать цель сложной системы через формализацию соответствующих краевых задач. В качестве примера целевого функционала для задачи Коши (1)-(2) можно привести следующий:

$$\Psi(r_\alpha | \alpha = \overline{1, 2}) = \bigwedge_{\alpha=1}^2 \Psi_\alpha(r_\alpha), \quad (3)$$

$$\Psi_\alpha(r_\alpha) = (r_\alpha(T) \in (r_{\alpha \min}, r_{\alpha \max})) \wedge (\dot{r}_\alpha(T) \in (v_{\alpha \min}, v_{\alpha \max})), \quad (4)$$

где  $\Psi$  – целевой функционал сложной системы,  $\Psi_\alpha$  – целевой функционал подсистемы  $\alpha$ ;  $T > 0$  – целевое время;  $r_{\alpha \min} \geq 0$ ,  $r_{\alpha \max} \geq 0$ ,  $v_{\alpha \min} \geq 0$ ,  $v_{\alpha \max} \geq 0$  – границы целевых диапазонов расстояний и скоростей для материальной точки подсистемы  $\alpha$ . В (3)-(4) цель системы декомпозируется по целям подсистем.

Согласно [13], задача Коши (1)-(2) и целевой функционал (3)-(4) обеспечивают соответственно каузальное и аксиологическое представление сложной системы соответственно во всей их взаимосвязи, требуемой для проведения системного анализа. При соответствующей обработке информации математического моделирования траектории материальных точек удобно определять аналитически через подходящие разложения с использованием нужных рядов.

### Метод гармонических разложений

Данный метод основан на применении рядов Фурье и широко используется (например, в [14]) для изучения физических полей и сплошных материальных сред. Его можно считать «естественным» для теоретико-полевой физической парадигмы. Вместе с тем он оказывается вполне применим и к классическим моделям дальнего действия.

### Метод быстрых разложений

Применение быстрых разложений, предложенных профессором А.Д. Чернышовым в [15], вместо гармонических позволяет, как показано в [16], с той же точностью удерживать примерно тысячекратно меньше членов ряда Фурье в разложении за счет использования в быстрых разложениях кроме гармонических

еще и полиномиальных аппроксимаций на основе быстрых полиномов А.Д. Чернышова, определяемых по рекуррентным формулам интегральными равенствами аналитическим способом, предложенным в [17]. Адаптация этого метода к классическим моделям дальнего действия на примере задачи системного анализа (1)-(4) проведена в [9, 10], что ознаменовало выдвижение среди перспективных направлений системного анализа классического гармонического системного анализа в контексте действующей физической парадигмы. Быстрая сходимость быстрых разложений обеспечивает их краткость с приемлемой точностью, но вычисление их коэффициентов сопряжено с решением системы такого же числа нелинейных алгебраических уравнений и вообще трудоемко.

### **Метод полиномиальных разложений**

Стремление преодолеть слабости метода быстрых разложений приводит к методу полиномиальных разложений. В методе быстрых разложений добавление в разложение дополнительных членов полиномиальной аппроксимации значительно эффективнее добавления дополнительных членов гармонической аппроксимации в виде частичной суммы ряда Фурье. Это приводит к идее вообще отказаться от гармонических аппроксимаций, используя в разложении только полиномы и, соответственно, перейдя от использования быстрых полиномов А.Д. Чернышова к использованию частичных сумм рядов Тейлора. Это снимает необходимость трудоемкого решения систем нелинейных алгебраических уравнений ценой отказа от более удобного для системного анализа аналитического вида разложений в пользу кусочно-аналитического, обеспечивающего быструю сходимость рядов Тейлора на каждом таком промежутке разбиения оси времени.

### **Заключение**

Итак, перспективными методами системного анализа и обработки информации в классических моделях дальнего действия в сложных нелинейных физических системах можно считать метод быстрых разложений и метод полиномиальных разложений. Каждый обладает своими преимуществами и недостатками.

### **Список литературы**

1. Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа : учебное пособие / Н. Н. Моисеев. – М. : URSS, 2023. – 532 с. – EDN QMWPLD.
2. Сумин, В. И. Особенности выбора членов экспертной группы для анализа функционирования сложной организационной системы силовых структур /

В. И. Сумин, А. С. Дубровин, И. С. Кущева // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 4. – С. 77-83. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-17-4-77-83. – EDN ISTAML.

3. Сумин, В. И. Использование ситуационного моделирования в разработке систем принятия решений для сложных организационных систем / В. И. Сумин, А. С. Кравченко, А. В. Толкачев // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 3. – С. 71-79. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-69-77. – EDN FBVHJO.

4. Сумин, В. И. Разработка сетевой модели целевых установок сложных организационных систем специального назначения / В. И. Сумин, А. С. Кравченко, С. В. Родин // Моделирование систем и процессов. – 2024. – Т. 17, № 3. – С. 79-87. – DOI 10.12737/2219-0767-2024-77-85. – EDN QIRWOK.

5. Сумин, В. И. Разработка подхода формирования структуры принятия управленческих решений сотрудниками сложных организационных систем специального назначения / В. И. Сумин, А. С. Дубровин, А. С. Кравченко // Моделирование систем и процессов. – 2025. – Т. 18, № 3. – С. 99-106. – DOI 10.12737/2219-0767-2025-18-3-99-106. – EDN PNSENU.

6. Владимиров, Ю. С. Между физикой и метафизикой : в 5 кн. Кн. 4: Вслед за Лейбницем и Махом / Ю. С. Владимиров. – М. : ЛИБРОКОМ, 2012. – 272 с. – EDN QJWZOX.

7. Wheeler, J. A. Interaction with Absorber as the Mechanism of Radiation / J. A. Wheeler, R. P. Feynman // Rev. Mod. Phys. – 1945. – Vol. 17. – Pp. 157–181.

8. Дубровин, А. С. От дальнего действия Фоккера-Фейнмана к гиперконтинуальному дальнему действию / А. С. Дубровин // LV Всерос. конф. по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники : материалы конференции. – М. : Изд-во РУДН, 2019. – С. 37-40. – EDN EAUZEC.

9. Дубровин, А. С. Гармонический системный анализ и обработка информации в модели дальнего действия взаимно отталкивающихся точечных зарядов / А. С. Дубровин // Вестник Воронежского института ФСИИ России. – 2023. – № 2. – С. 42-49. – EDN OCEDKE.

10. Дубровин, А. С. Системное моделирование отталкивания с радиационным трением точечных зарядов на основе классического гармонического анализа / А. С. Дубровин, В. И. Сумин, А. С. Кравченко // Экономика. Информатика. – 2025. – Т. 52, № 3. – С. 623-641. – DOI 10.52575/2687-0932-2025-52-3-623-641. – EDN NCHMIO.

11. Перегудов, Ф. И. Введение в системный анализ : учеб. пособие для вузов / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. – М. : Высш. шк., 1989. – 367 с.

12. Тарасенко, Ф. П. Прикладной системный анализ : учеб. пособие / Ф. П. Тарасенко. – М. : КноРус, 2017. – 220 с. – EDN XVDSTZ.
13. Волкова, В. Н. Теория систем и системный анализ : учебник для вузов. – 3-е изд. / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – М. : Юрайт, 2026. – 562 с. – EDN TOFAIN. – URL: <https://urait.ru/bcode/582538> (дата обращения: 13.02.2026).
14. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учебник. – 7-е изд. / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Изд-во МГУ; Изд-во «Наука», 2004. – 798 с. – EDN QJNNLR.
15. Chernyshov, A. D. Method of Fast Expansions for Solving Nonlinear Differential Equations / A. D. Chernyshov // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2014. – Vol. 54, No. 1. – Pp. 13-24. – DOI 10.1134/S0965542514010060. – EDN SKNFCL.
16. Чернышов, А. Д. Сравнение скорости сходимости быстрых разложений с разложениями в классический ряд Фурье / А. Д. Чернышов, В. В. Горяйнов, О. В. Лешонков, Е. А. Соболева, О. Ю. Никифорова // Вестник ВГУ. Серия : Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 1. – С. 27-34. – EDN YXATJG.
17. Chernyshov, A. D. Universal Fast Expansion for Solving Nonlinear Problems / A. D. Chernyshov, D. S. Saiko, E. N. Kovaleva // Journal of Physics: Conference Series / 2019 Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems. Voronezh, November 11–13, 2019. – Bristol : Institute of Physics Publishing, 2020. – P. 012147. – DOI 10.1088/1742-6596/1479/1/012147. – EDN UCGBFI.

## References

1. Moiseev N.N. Mathematical Problems of System Analysis. Moscow: URSS, 2023. 532 p.
2. Sumin V.I., Dubrovin A.S., Kushcheva I.S. Features of the Selection of Members of the Expert Group for the Analysis of the Functioning of a Complex Organizational System of Law Enforcement Agencies // Modeling of Systems and Processes. 2024. Vol. 17, No. 4. Pp. 77-83. DOI: 10.12737/2219-0767-2024-17-4-77-83.
3. Sumin V.I., Kravchenko A.S., Tolkachev A.V. The Use of Situational Modeling in the Development of Decision-Making Systems for Complex Organizational Systems // Modeling of Systems and Processes. 2024. Vol. 17, No. 3. Pp. 71-79. DOI: 10.12737/2219-0767-2024-69-77.
4. Sumin V.I., Kravchenko A.S., Rodin S.V. Development of a Network Model of Target Installations of Complex Organizational Systems for Special Purposes //

Modeling of Systems and Processes. 2024. Vol. 17, No. 3. Pp. 79-87. DOI: 10.12737/2219-0767-2024-77-85.

5. Sumin V.I., Dubrovin A.S., Kravchenko A.S. Development of an Approach to Forming the Structure of Managerial Decision-Making by Employees of Complex Special-Purpose Organizational Systems // Modeling of Systems and Processes. 2025. Vol. 18, No. 3. Pp. 99-106. DOI: 10.12737/2219-0767-2025-18-3-99-106.

6. Vladimirov Yu.S. Between Physics and Metaphysics: in 5 books. Book 4: Following Leibniz and Mach. Moscow: LIBROCOM, 2012. 272 p.

7. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with Absorber as the Mechanism of Radiation // Rev. Mod. Phys. 1945. Vol. 17. Pp. 157-181.

8. Dubrovin A.S. From the Fokker-Feynman Action at a Distance to Hypercontinual Action at a Distance // LV All-Russian Conf. on Problems of Dynamics, Particle Physics, Plasma Physics, and Optoelectronics: Conference Proceedings. Moscow: RUDN University Publishing, 2019. Pp. 37-40.

9. Dubrovin A.S. Harmonic System Analysis and Information Processing in the Action at a Distance Model of Point Charges Mutual Repulsion // Proceedings of Voronezh Institute of the Russian Federal Penitentiary Service. 2023. No. 2. Pp. 42-49.

10. Dubrovin A.S., Sumin V.I., Kravchenko A.S. Systemic Modeling of Repulsion with Radiative Friction of Point Charges Based on Classical Harmonic Analysis // Economics. Information Technologies. 2025. Vol. 52, No. 3. Pp. 623-641. DOI: 10.52575/2687-0932-2025-52-3-623-641.

11. Peregudov F.I., Tarasenko F.P. Introduction to Systems Analysis. Moscow: Higher School Publishing, 1989. 367 p.

12. Tarasenko F.P. Applied Systems Analysis. Moscow: KnoRus Publishing, 2017. 220 p.

13. Volkova V.N., Denisov A.A. Systems Theory and Systems Analysis. Moscow: Yurait Publishing, 2026. 562 p. URL: <https://urait.ru/bcode/582538> (accessed: 13.02.2026).

14. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Equations of Mathematical Physics. Moscow: Moscow State University Publishing; Nauka Publishing, 2004. 798 p.

15. Chernyshov A.D. Method of Fast Expansions for Solving Nonlinear Differential Equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2014. Vol. 54, No. 1. Pp. 13-24. DOI: 10.1134/S0965542514010060.

16. Chernyshov A.D., Goryainov V.V., Leshonkov O.V., Soboleva E.A., Nikiforova O.Yu. Comparison of the Convergence Rate of Fast Expansions with Expansions in Classical Fourier Series // Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies. 2019. No. 1. Pp. 27-34.

17. Chernyshov A.D., Saiko D.S., Kovaleva E.N. Universal Fast Expansion for Solving Nonlinear Problems // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1479. 2020. P. 012147. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012147.