

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

В.Д. Косых¹, С.В. Писарева¹, А.В. Рудова¹

¹ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова»

Аннотация. В работе представляется введение в понятие функции, что считается заданной функцией и при каких условиях. Так же рассматривается область функции и их примеры. Обозревается преимущество и недостаток построения графической функции – наглядность и неточность. Показываются определенные типы функций (степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрическая) и их вид, так же указывается что нужно для построения их графика. Цель работы заключается в том, чтобы показать, как графически задать различные виды функций.

Ключевые слова: функция, введение в понятие функции, область допустимых значений, график, степенная функция, показательная функция, логарифмическая функция, тригонометрическая функция, диапазон значений, графический метод, коэффициент, прямая, парабола, гипербола, примеры графиков функций, преимущество и недостаток построения графической функции.

A GRAPHICAL WAY TO SET A FUNCTION

V.D. Kosykh¹, S.V. Pisareva¹, A.V. Rudova¹

¹Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

Abstract. The paper presents an introduction to the concept of a function, what is considered a given function and under what conditions. The scope of the function and their examples are also considered. The advantage and disadvantage of constructing a graphical function is observed – visibility and inaccuracy. Certain types of functions (power, exponential, logarithmic, trigonometric) and their type are shown, as well as what is needed to plot them. The purpose of the work is to show how to graphically define different types of functions.

Keywords: function, introduction to the concept of function, range of acceptable values, graph, power function, exponential function, logarithmic function, trigonometric function, range of values, graphical method, coefficient, straight line, parabola, hyperbola, examples of graphs of functions, advantage and disadvantage of constructing a graphical function.

Правило соответствия между группами X и Y называется функцией. Согласно этому правилу, для каждого элемента группы X можно найти один элемент группы Y .

Функция считается заданной, если:

- определяет область действия определения функции X ;
- установлен диапазон значений для функции Y ;
- правило (закон) соответствия. Каждому значению аргумента существует только одно значение функции. Для ясности функции, такое требование обязательно.

Все допустимые значения аргументов, для которых функция $y = f(x)$ определяется диапазоном функций. Область допустимых значений функции – это совокупность Y всех активных значений функций, которые подходят для данной области.

$$y = x^3 + 1; \quad \text{область определения функции: } -\infty < x < +\infty ;$$

$$\text{область значений функции: } -\infty < y < +\infty .$$

$$y = \sqrt{x - 5} ; \quad \text{область определения функции: } x \geq 5 ;$$

$$\text{область значений функции: } y \geq 0 .$$

$$y = \frac{\sin^2 x}{|x - 4|} ; \quad \text{область определения функции: } x \neq 4 ;$$

$$\text{область значений функции: } y \geq 0 .$$

Рисунок 1 – Примеры функций

Если использовать графический метод для построения функции $y = f(x)$, это будет не всегда точно в поиске корней. Такой метод имеет преимущество перед другими методами, он помогает наглядно показать значения. В таких науках как физика, использование графического метода является частым. Он используется для определения функций, и графики являются единственным доступным методом для этого. Также этот метод не редко используется в технике.

Функция бывает:

- степенная (линейная, квадратичная, дробно – рациональная, корень);
- показательная;
- логарифмическая;
- тригонометрическая.

Степенной функцией называют такую функцию, которая имеет вид $y = x^a, y = k * x^a$. Где a является показателем степени и действительным числом, k играет роль некоторого коэффициента, отличного от нуля.

Линейная функция – это функция, которая имеет вид $y = k * x + b$. k является угловым коэффициентом, а b – это свободный член. Для построения графика такой функции необходимо задать два значения аргумента X и Y . (значения могут быть любыми). Такая функция на графике изображается прямой.

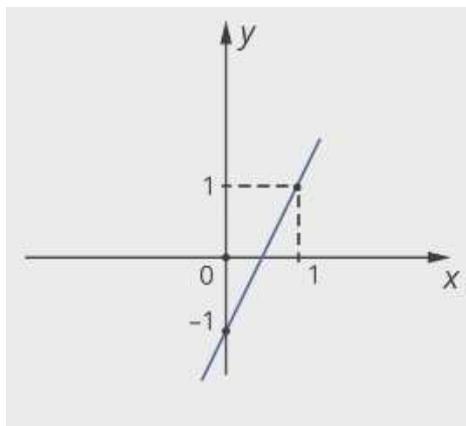


Рисунок 2 – Линейная функция

Функция вида $y = a * x^2 + b * x + c$, $a \neq 0$ называется квадратичной функцией. Где a – старший коэффициент, b – коэффициент при x , c – свободный член. Графиком квадратичной функции является парабола. От знаков параметров зависит вид параболы:

$a > 0$ - ветки параболы направлены вверх;

$a < 0$ - ветки параболы направлены вниз;

b - определяет положение вершины параболы;

c - определяет координату пересечения параболы с осью ординат: $y(0) =$

c .

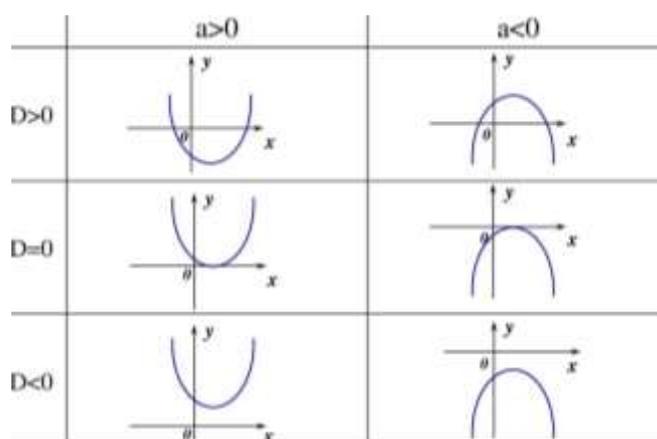


Рисунок 3 – Квадратичная функция

$f(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)}$ – функция такого вида называется рациональной дробью, где

в числителе многочлен степени m , а в знаменателе многочлен степени n .

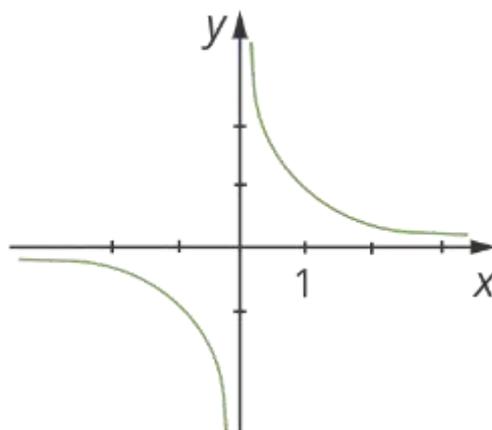


Рисунок 4 – График функции – гипербола

Функция корня – это функция вида $y = a\sqrt{k * x}$, где $a \neq 0$; $x \geq 0$ при $k > 0$; $x \leq 0$ при $k < 0$. Графиком этой функции является перевернутая ветвь параболы.

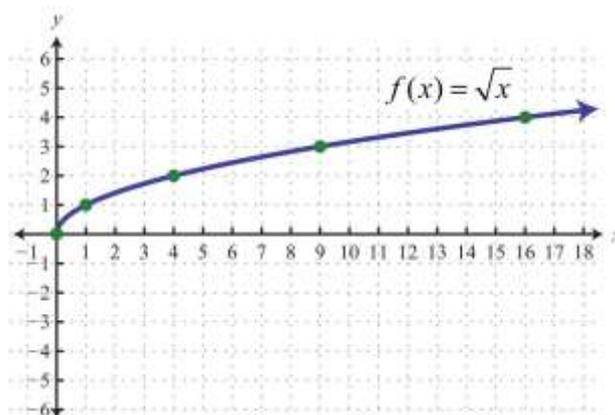


Рисунок 5 – Функция корня

Показательная функция – это функция, которая имеет вид $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$. В этой функции переменная x является показателем степени, поэтому функция получила название показательной. При изменении переменной соответственно и меняется показатель степени. В таком случае основание остаётся прежним.

Показательная функция имеет следующие основные функции:

- область определения - набор действительных чисел, то есть $D(y) = R$, так как степень a^x , где $a > 0$, определена для любого действительного значения переменной x ;
- область значений - множество положительных чисел, то есть $E(y) = (0; +\infty)$, так как при $a > 0$ и любом x выполняется неравенство $a^x > 0$;

- Нулей функции нет, так как ни при каких значениях переменной показательная функция не обращается в 0. Промежуток $(-\infty; +\infty)$ является промежутком знакопостоянства функции;
- Показательная функция непрерывна;
- Когда значение $a > 1$ функция возрастает, а убывает она при $0 < a < 1$;
- График показательной функции всегда проходит через точку $(0;1)$, так как $f(0) = a^0 = 1$.

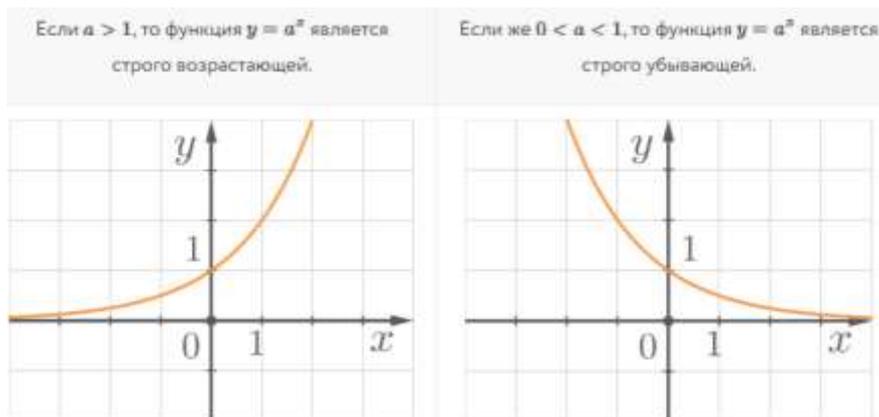


Рисунок 6 – Показательная функция

Функция $y = \log_a x$, где $a > 0, a \neq 1$ называется **логарифмической**. Она определена при $x > 0$, а множество ее значений — вся числовая ось. Показательная и логарифмическая функции являются взаимно обратными.

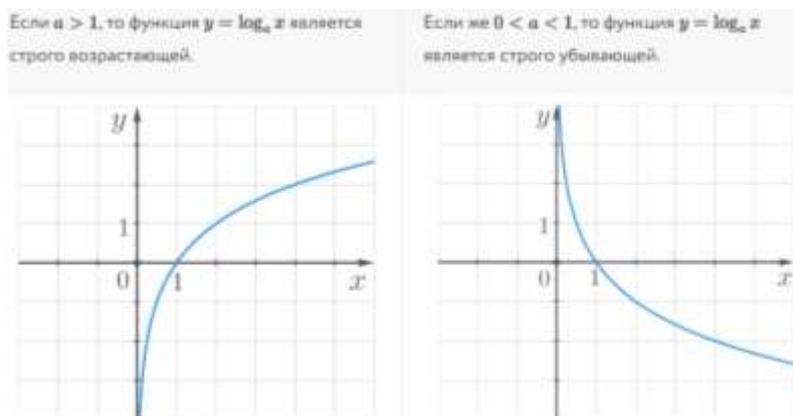


Рисунок 7 – Логарифмическая функция

Тригонометрические функции основаны на прямоугольных треугольниках. Для определения функций, разбивается окружность на четыре части и определяются координаты точки, которая соответствует углу.

$\sin x$ угла - это значение координаты оси Y, $\cos x$ - значение координаты оси X, а $\tan x$ и $\cot x$ - это отношение координат.

К таким функциям относятся:

- Прямые ($\sin x$, $\cos x$);
- Производные ($\tan x$, $\cot x$, $\sec x$, $\csc x$);
- Обратные ($\arcsin x$, $\arccos x$).

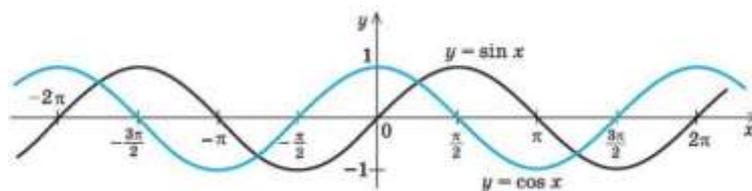


Рисунок 8 – Прямые тригонометрические функции

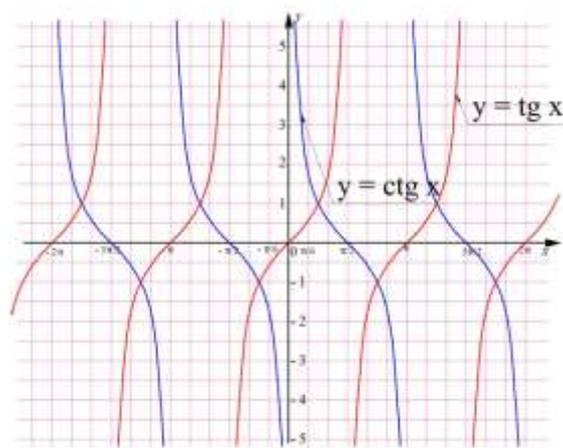


Рисунок 9 – Производные тригонометрические функции

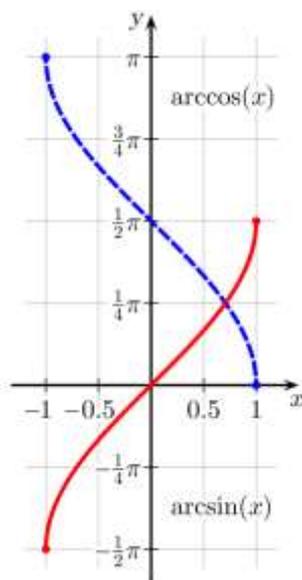


Рисунок 10 – Обратные тригонометрические функции

Список литературы

1. Виды степенных функций — графики и уравнения. URL: <https://wika.tutoronline.ru/algebra/class/11/vidy-stepennyh-funkczij--grafiki-i-uravneniya> (дата обращения: 28.02.2024).

2. Виды функций. Графики функций // ИнтернетУрок | Дистанционное обучение, онлайн-образование. – URL: <https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-4-pokazatelnye-i-logarifmicheskie-funktsii-trigonometriya/vidy-funktsiy-grafiki-funktsiy> (дата обращения: 28.02.2024).
3. Дробно-рациональная функция // Файловый архив для студентов. StudFiles. URL: <https://studfile.net/preview/7830967/page:4/> (дата обращения: 28.02.2024).
4. Лекции по математике. Раздел "Функции" // Образовательная социальная сеть. URL: <https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2022/04/13/lektcii-po-matematike-razdel-funktsii-1-kurs-spo> (дата обращения: 28.02.2024).
5. Логарифмическая функция, её свойства и график // ЯКласс. URL: <https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/logarifmy-pokazatelnaia-i-logarifmicheskaia-funktsii-9160/svoistva-logarifmicheskoi-funktsii-i-ee-grafik-9167/re-ec4dece9-1c52-4123-8e5d-f460c69d83b8> (дата обращения: 28.02.2024).
6. Область допустимых значений (ОДЗ): функции, в квадратном уравнении, обыкновенной дроби. URL: <https://wiki.fenix.help/matematika/odz> (дата обращения: 28.02.2024).
7. Обратные тригонометрические функции // Википедия – свободная интернет-энциклопедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Обратные_тригонометрические_функции (дата обращения: 28.02.2024).
8. Показательная функция // Файловый архив для студентов. StudFiles URL: <https://studfile.net/preview/7410914/page:2/> (дата обращения: 28.02.2024).
9. Построение графиков сложных функций. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-grafikov-slozhnyh-funktsiy> (дата обращения: 28.02.2024).
10. Построение графиков тригонометрических функций с помощью линейных преобразований. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-grafikov-trigonometricheskih-funktsiy-s-pomoschu-lineynyh-preobrazovaniy> (дата обращения: 28.02.2024).
11. Построение графиков функций. URL: <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4016/conspect/225681/> (дата обращения: 28.02.2024).
12. Тригонометрические функции // Фоксфорд. URL: https://foxford.ru/wiki/matematika/trigonometricheskie-funktsii?utm_referrer=https%3A%2F%2Fyandex.ru%2F (дата обращения: 28.02.2024).

13. Функции, их свойства и графики // Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. URL: <http://www.fa.ru/fil/surgut/student/Documents/Функции%2С%20их%20свойства%20и%20графики.pdf> (дата обращения: 28.02.2024).

14. Полуэктов А.В., Макаренко Ф.В., Ягодкин А.С. Использование сторонних библиотек при написании программ для обработки статистических данных // Моделирование систем и процессов. – 2022. – Т. 15, № 2. – С. 33-41.

References

1. Fractional rational function // File archive for students. StudFiles URL: <https://studfile.net/preview/7830967/page:4/> (date of access: 02/28/2024).

2. Functions, their properties and graphs // Financial University under the Government of the Russian Federation URL: <http://www.fa.ru/fil/surgut/student/Documents/Функции%2С%20их%20свойства%20и%20графики.pdf> (date of application: 02/28/2024).

3. Indicative function // File archive for students. StudFiles URL: <https://studfile.net/preview/7410914/page:2/> (date of access: 02/28/2024).

4. Inverse trigonometric functions // ru.wikipedia.org URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Обратные_тригонометрические_функции (date of application: 28.02.2024).

5. Lectures on mathematics. Section "Functions" // Educational social network URL: <https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2022/04/13/lektcii-po-matematike-razdel-funktsii-1-kurs-spo> (date of application: 02/28/2024).

6. Logarithmic function, its properties and graph // URL class: <https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/logarifmy-pokazatelnaia-i-logarifmicheskaia-funktsii-9160/svoistva-logarifmicheskoi-funktsii-i-ee-grafik-9167/re-ec4dece9-1c52-4123-8e5d-f460c69d83b8> (date of application: 28.02.2024).

7. Plotting complex functions // cyberleninka.ru URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-grafikov-slozhnyh-funktsiy> (date of application: 28.02.2024).

8. Plotting functions // resh.edu.ru URL: <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4016/conspect/225681/> (date of application: 28.02.2024).

9. Plotting trigonometric functions using linear transformations // cyberleninka.ru URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-grafikov-trigonometricheskikh-funktsiy-s-pomoschyu-lineynyh-preobrazovaniy> (date of application: 28.02.2024).

10. The range of acceptable values (DL): functions, in a quadratic equation, of an ordinary fraction // wiki.fenix.help URL: <https://wiki.fenix.help/matematika/odz> (date of application: 28.02.2024).

11. Trigonometric functions // Foxford URL: https://foxford.ru/wiki/matematika/trigonometricheskie-funktsii?utm_referrer=https%3A%2F%2Fyan-dex.ru%2F (date of application: 28.02.2024).

12. Types of functions. Graphic Editor // Online Editor | Detailed description, online image URL: <https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-4-pokazatelnye-i-logarifmicheskie-funktsii-trigonometriya/vidy-funktsiy-grafiki-funktsiy> (date of application: 28.02.2024).

13. Types of power functions — graphs and equations // TutorOnline URL: <https://wika.tutoronline.ru/algebra/class/11/vidy-stepennyh-funkczij--grafiki-i-uravneniya> (date of application: 28.02.2024).

14. Poluektov A.V., Makarenko F.V., Yagodkin A.S. The use of third-party libraries when writing programs for processing statistical data // Modeling of systems and processes. - 2022. – Vol. 15, No. 2. – pp. 33-41.