

СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РАБОТЫ МАНИПУЛЯТОРА ИЗ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА ВТОРОГО РОДА НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Д.С. Богданов¹

¹ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова»

Для автоматизации работы лесопромышленного комплекса требуется описать, полученные из математической модели, данные с помощью статистического анализа и дальнейшим составлением уравнения Лагранжа.

Ключевые слова: статистическая обработка, уравнения Лагранжа 2 порядка, векторные силы, момент силы, кинематика, дифференцируемые уравнения

COMPOSITION OF THE DYNAMIC MECHANICAL SYSTEM OF THE MANIMULATOR OPERATION FROM LEVELS OF LANGRAZE OF THE 2nd KIND ON THE BASIS OF STATISTICAL DATA

D.S. Bogdanov¹

¹Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

To automate the work of the timber industry complex, it is required to describe the data obtained from a mathematical model using statistical analysis and further drawing up the Langrage equation.

Keywords: statistical processing, 2nd order Langrage equations, vector forces, moment of force, kinematics, differentiable equations

Имитационное моделирование – наиболее мощный и универсальный метод исследования и оценки эффективности систем, полностью или в значительной степени зависящих от воздействия случайных факторов [5, 6]. К таким системам, безусловно, относится лесозаготовительное производство, на которое оказывают значительное, а в ряде случаев и определяющее воздействие при-

родно-климатические, лесорастительные, организационно-технологические и иные факторы, вносящие существенный элемент случайности. Результат обработки данных, полученных из литературных источников [4, 9], представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты статистической обработки исходных данных

Математическое ожидание									
V_{dx}	V_{dy}	X_d	Y_d	V_{mx}	V_{my}	W_{3z}	V_{cy}	W_{1z}	W_{2z}
2,605	1,561	-0,046	0,368	5,316	4,010	3,98	4,20	10,61	11,0
Дисперсия									
1,833	1,045	0,804	0,6267	13,06	6,603	8,60	6,17	190,1	100,5
Среднеквадратичное отклонение									
1,354	1,022	0,896	0,791	3,613	2,569	2,93	2,48	13,79	10,02
Коэффициент вариации									
51,97	65,468	-1931,8	214,76	67,97	64,07	73,6	59,1	129,9	91,13

Продолжение таблицы 1

Коэффициент асимметрии									
V_{dx}	V_{dy}	X_d	Y_d	V_{mx}	V_{my}	W_{3z}	V_{cy}	W_{1z}	W_{2z}
0,574	0,783	0,109	-0,415	-0,29	0,017	0,02	0,05	2,789	1,208
Средняя квадратичная ошибка математического ожидания									
0,0451	0,0340	0,0298	0,0263	0,120	0,085	0,09	0,08	0,459	0,334
Показатель точности математического ожидания									
0,0173	0,0218	-0,6439	0,0715	0,022	0,025	0,02	0,01	0,043	0,030
Ошибка среднего квадратичного отклонения									
10,488	7,9183	6,9471	6,1322	27,99	19,90	22,7	19,2	106,8	77,65

В данной таблице видим, что параметр среднеквадратичного отклонения находится в доверительном интервале исходных данных [1, 2]. А ошибка среднеквадратичного отклонения в среднем колеблется в интервале от 10 до 80 процентах в зависимости от выбранного параметра. Исходя из проведённой статистической обработки можно сказать, что полученная математическая модель позволяет имитировать перемещение манипулятора в пространстве, но требует проверки и уточнения результатов.

При рассмотрении работы манипулятора мы будем руководствоваться типом манипулятора с двумя степенями свободы [8]. Это позволит вести расчёты передвижения груза на плоскости. Работа манипулятора осуществляется за счёт векторной силы F и вектора управляющего момента M [3, 7]. Сами эле-

менты конструкции будем считать абсолютно жёсткими и не имеющие силы инерции.

При вычислении движения с переносимым грузом составляем системы уравнений с фигурирующими в них векторных сил F и M .

Формула для высчитывания скорости перемещения выражаются в формуле:

$$v = v_0 * \sin(p * t), \quad (1)$$

где v_0 – начальная скорость, t – время.

Высчитывать векторные силы необходимо из общего уравнения динамики по формуле:

$$F * U + (P + F) * U + F * U + (M + M) * Q = 0 \quad (2)$$

Наше опираемое уравнение имеет две степени свободы, исходя из этого, выражаем скорость Q через скорость V . Получаем следующие уравнения. Для начала устанавливаем начальные связи между скоростями, т.е. приравниваем их всех к 0. В результате получаем систему уравнений по формулам:

$$U_1 - Q_1 * R_1 * \sin(f_1) - Q_2 * R_2 * \sin(f_2) \quad (3.1)$$

$$U_2 = Q_1 * R_1 * \sin(f_1) - Q_2 * R_2 * \sin(f_2) \quad (3.2)$$

$$U_3 = -Q_1 * R_1 * \sin(f_1) - Q_2 * r_2 * \sin(f_2 + P) - Q_3 * R_3 * \sin(f_3) = 0 \quad (3.3)$$

$$U_3 = Q_1 * R_1 * \sin(f_1) + Q_2 * r_2 * \sin(f_2 + P) + Q_3 * R_3 * \sin(f_3) = 0. \quad (3.4)$$

Так как в полученных формулах фигурирует f то мы исходя из уравнения по формуле:

$$R_1 * \cos(f_1) - r_2 * \cos(f_2) + R_3 * \cos(f) - x = 0. \quad (4)$$

мы составляем отношение кинематики для управления манипулятора в виде формулы:

$$(P + F)R_1 * \cos(f_1) - FR_1 * \sin(f_1) + F * R_1 * \frac{\sin(f_3 - f_1)}{\sin(f_3)} + (M + M) * Q +$$

$$(P + A) * R * \cos(f_2) - F * R_2 * \sin(f_2) + F * r_2 * \frac{\sin(f_2 - f_3)}{\sin(f_3)} * Q_2 = 0 \quad (5)$$

Исходя из этого сила инерции в определённой точке будет равна:

$$F = -m * v_0 * \cos(p * t) * \cos(a). \quad (6)$$

Соединяя все полученные формулы, мы получаем уравнение для описания силы:

$$F = m * \frac{R_2}{r_2} * ((g * \cos(f_2) - v_0 * p * \cos(p * t) * \sin(f_2 - a)) * \frac{\sin(f_3)}{\sin(f_2 - f_3)}) \quad (7)$$

И уравнение для описания момента силы M :

$$M = m * R_1(g * \cos(f_1) - v_0 * p * \cos(p * t) * \sin(f_1 - a) - F * R * \frac{\sin(f_3 - f_1)}{\sin(f_3)} - u * Q_1. \quad (8)$$

Для нахождения угловой скорости Q при интегрировании трёх кинематических уравнений в виде:

$$\frac{d(f1)}{d(t)} = Q1, \quad \frac{d(f2)}{d(t)} = Q2, \quad \frac{d(f3)}{d(t)} = Q \frac{d(f3)}{d(t)} = Q3. \quad (9)$$

Используя замкнутую систему дифференцируемых уравнений:

$$Q1 = (V0 * \sin(p * t) * \cos(f2 - a)) / (R1 * \sin(f2 - f1)) \quad (10.1)$$

$$Q2 = (V0 * \sin(p * t) * \cos(f2 - a)) / (R2 * \sin(f1 - f2)) \quad (10.2)$$

$$Q3 = (Q2 * r2 * \sin(f2) - Q1 * R1 * \sin(f1)) / (R3 * \sin(f3)), \quad (10.3)$$

зная силу F и момент силы M можем найти затраты на энергию:

$$dE = (F * v + M * Q)dt. \quad (11)$$

Таким образом, мы имеем все переменные для управления манипулятором на плоскости:

$$A = dE. \quad (12)$$

Таблица 2 – Обозначение переменных для расчётов

№ п/п	Переменная	Обозначение
1	t	Время
2	$d(t)$	Изменение времени
3	$f1$	Угол поворота первого рычага
4	$f2$	Угол поворота второго рычага
5	$f3$	Угол поворота третьего рычага
6	$Q1$	Угловая скорость поворота первого рычага
7	$Q2$	Угловая скорость поворота второго рычага
8	$Q3$	Угловая скорость поворота третьего рычага
9	V	Скорость центра масс
10	P	Сила тяжести
11	M	Момент силы
12	F	Управляющая сила
13	$D(E)$	Затраты кинетической энергии

Список литературы

1. Федотова, Е.Л. Прикладные информационные технологии : учебное пособие / Е.Л. Федотова, Е.М. Портнов. – М. : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. – 335 с.

2. Ивашкин, Ю.А. Мультиагентное моделирование в имитационной системе Simplex3 : учебное пособие / Ю. А. Ивашкин. – М. : Лаборатория знаний, 2020. – 361с.

3. Кобелев, Н.Б. Имитационное моделирование : учебное пособие / Н.Б. Кобелев, В.А. Половников, В.В. Девятков ; под общ. ред. Н.Б. Кобелева. – М. : КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 368 с.

4. Евдокимова, С.А. Математико-статистическая оценка результатов теста на основе IRT / С.А. Евдокимова, М.А. Кащенко // Моделирование систем и процессов. – 2020. – Т. 13, № 3. – С. 16-22.

5. Оксюта, О.В. Формализация проблемы управления в условиях неопределенности / О.В. Оксюта, А.Л. Курина // Моделирование систем и процессов. – 2018. – Т. 11, № 3. – С. 60-67.

6. Оксюта, О.В. Проектирование транспортно-логистического комплекса предприятия / О.В. Оксюта, В.А. Коротких // Моделирование систем и процессов. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 56-60.

7. Характеризация и моделирование сигналов в САПР / В.А. Складар, В.К. Зольников, А.И. Яньков, Ю.А. Чевычелов, В.Ф. Барабанов // Моделирование систем и процессов. – 2018. – Т. 11, № 1. – С. 62-67.

8. Юдина, Н.Ю. О программной реализации метода конечных элементов на примере двумерной задачи плоского напряженного состояния / Н.Ю. Юдина, А.В. Водяницкий // Моделирование систем и процессов. – 2018. – Т. 11, № 1. – С. 68-73.

9. Акинин, А.А. Оценка быстродействия программной реализации алгоритмов полиномиального преобразования булевых функций / А.А. Акинин, Ю.С. Акинина, С.В. Тюрин // Моделирование систем и процессов. – 2018. – Т. 11, № 3. – С. 4-9.