

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕСОВЫХ ОКОН ДЛЯ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

В.Э. Меерсон¹, О.С. Хорольский¹

¹ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова»

В статье рассматривается применение некоторых наиболее важных временных окон для оценки спектральной плотности, полученной методом коррелограмм (из корреляционной функции), методом периодограмм (прямым преобразованием Фурье).

Ключевые слова: спектральная плотность, метод коррелограмм, метод периодограмм, окно Хеннинга, окно Карре – Руйе.

APPLICATION OF WEIGHTING WINDOWS FOR SPECTRAL DENSITY ESTIMATION

V.E. Meerson¹, O.S. Khorolsky¹

¹Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

The article discusses the application of some of the most important time windows for spectral density estimation determined by the correlogram method (from correlation function) and the periodogram method (from direct fourier transform).

Keywords: spectral density, correlogram method, periodogram method, Hanning window, Carre-rouiller window.

Для характеристики частотного состава измеряемого сигнала при проведении обработки результатов испытаний достаточно часто используется метод спектрального анализа.

Преобразование Фурье – это математическая основа, связывающая сигнал пространственный или временной (так же модель этого сигнала) представлением этого сигнала в частотной области. Дискретное преобразование Фурье в ме-

тодах расщепления решения многомерных задач стало весомым средством построения экономичных вычислительных схем. Прямой и обратный переход от сеточной функции к её спектру позволяет решать в спектральном пространстве отдельные компоненты расщеплённой задачи, что повышает эффективность числительной схемы. Ключевой составляющей программного обеспечения в обработке сигналов и изображений является дискретное преобразование Фурье [1, 5].

Спектральную плотность мощности в частичном интервале частот вычисляем по формуле:

$$S_0 = \frac{1}{\Delta f} \int_{f_0 - \frac{\Delta f}{2}}^{f_0 + \frac{\Delta f}{2}} S(f) df ; \quad (1)$$

где f – частота, Гц; $S(f)$ – спектр мощности сигнала.

Для дискретного ряда Фурье среднюю плотность мощности в интервале частот вычислять по формуле:

$$S_{\text{ПМ}} = \frac{1}{(j-i+1)\Delta f} \sum_{k=i}^j a_k^2 + b_k^2; \quad (2)$$

где a_k и b_k – коэффициенты действительной и мнимой частей БПФ; Δf – шаг по частоте быстрого преобразования Фурье, Гц; $i\Delta f$ и $j\Delta f$ – нижняя и верхняя частоты диапазона, Гц.

Взаимная спектральная плотность двух реализаций $x(t)$ и $y(t)$ определяется как преобразование Фурье их взаимно корреляционных функций. Взаимные спектры выражаются через модуль и фазовый угол:

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{C_{xy}(f)^2 + Q_{xy}(f)^2}; \quad (3)$$

$$\theta_{xy}(f) = \arctg \frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)}; \quad (4)$$

где $|G_{xy}(f)|$ – модуль; $\theta_{xy}(f)$ – фаза; $C_{xy}(f)$ – действительная часть взаимного спектра; $Q_{xy}(f)$ – мнимая часть взаимного спектра.

Если $\theta_{xy}(f) > 0$, то это значит, что $y(t)$ запаздывает относительно $x(t)$ по частоте f . При $\theta_{xy}(f) < 0$ $x(t)$ запаздывает относительно $y(t)$.

Вклад сигнала оценивается через функцию когерентности:

$$\gamma_{xy}^2 = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f) * G_{yy}(f)}; \quad (5)$$

$$0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1.; \quad (6)$$

Если известно функции $G_{xx}(f)$, $G_{yy}(f)$, $G_{xy}(f)$, $\theta_{xy}(f)$, то АФЧХ системы вычисляются по формулам:

$$H(f) = |G_{xy}(f)| / G_{xx}(f); \quad (7)$$

$$\varphi(f) = \text{Oxy}(f); \quad (8)$$

где $H(f)$ – АЧХ; $\varphi(f)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ) системы.

Анализ временных рядов с целью определения АЧХ и ФЧХ при ступенчатом задании частоты проводить в следующей последовательности.

Временные ряды входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ взвесить с использованием синусоидальной весовой функции, что обеспечивает при дальнейшей обработке рядов необходимые АЧХ и ФЧХ.

Для каждого ряда выполнить прямое преобразование Фурье с использованием алгоритма БПФ, в результате чего получать комплексные ряды

$$\hat{x}(f_1) \text{ и } \hat{y}(f_1).$$

По комплексным рядам рассчитать взаимные спектры

$$G_{xy}(f_1) = \hat{x}(f_1) * \tilde{\hat{y}}(f_1); \quad (9)$$

где $i = 1, 2, N$; $\tilde{\hat{y}}(f_1)$ – комплексное сопряженное число с $\hat{y}(f_1)$; N – размерность быстрого преобразования Фурье.

В ряду взаимных спектров определить максимальное значение и соответствующую ему частоту $f_{\text{макс}}$, которая соответствует основной гармонике задающего генератора.

На частоте $f_{\text{макс}}$ определить сдвиг фаз $\varphi(f_{\text{макс}})$ между частотными составляющими возмущения и отклика, функцию когерентности $Y_{xy}(f_{\text{макс}})$ и коэффициент передачи $K_n = \sqrt{H(f_{\text{макс}})}$ (рисунки 1 и 2).

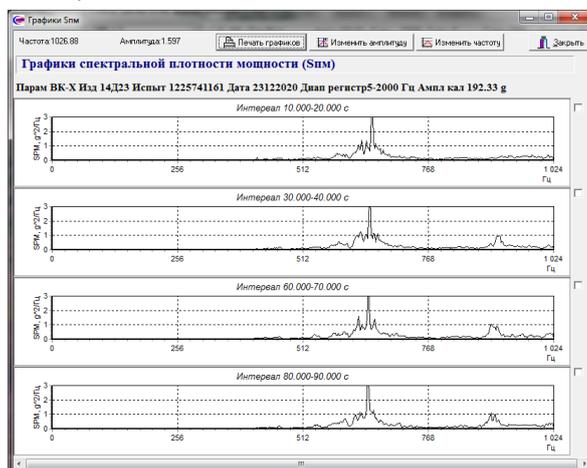


Рисунок 1 – График спектральной плотности мощности

Важнейшим вопросом, являющимся общим для классических методов спектрального оценивания, связан с взвешиванием данных. Для управления эффектами используют обработку с помощью окна, эффекты обусловлены наличием в спектральных оценках боковых лепестков. Имеющуюся конечную запись данных, удобнее рассматривать как часть соответствующей бесконечной последовательности, которую видно через применяемое окно. Таким образом

последовательность наблюдаемых данных $x_0[n]$ из N отсчётов математически можно записать, как произведение бесконечной последовательности $x[n]$ и функции прямоугольного окна:

$$x_0[n]=x[n] \cdot \text{rect}[n]. \quad (10)$$

При этом очевидное допущение принимается о том, что все ненаблюдаемые отсчёты равны нулю независимо от того, так ли это на самом деле. Дискретно-временное преобразование Фурье взвешенной последовательности равно свёртке преобразований последовательности $x[n]$ и прямоугольного окна $\text{rect}[n]$

$$X_0(f)=X(f)*DN(f); \quad (11)$$

где $DN(f)=T \exp(-j2\pi fT[N-1]) \sin(\pi fTN)/\sin(\pi fT)$.

		ДИАПАЗОНЫ					
ВРЕМЯ		20-50	50-100	100-200	200-500	500-1000	1000-2000
10.000 - 20.000	Max Spm	0.009	0.010	0.028	0.176	3.210	7.001
	Spm	0.006	0.005	0.013	0.038	0.230	1.004
	f	30	94	136	418	654	1908
30.000 - 40.000	Max Spm	0.010	0.012	0.043	0.204	3.394	7.691
	Spm	0.006	0.006	0.015	0.038	0.328	1.785
	f	20	94	134	464	648	1998
60.000 - 70.000	Max Spm	0.009	0.013	0.041	0.178	3.542	6.359
	Spm	0.006	0.006	0.014	0.041	0.324	1.819
	f	22	92	138	464	646	1906
80.000 - 90.000	Max Spm	0.009	0.013	0.042	0.212	4.332	6.396
	Spm	0.006	0.006	0.014	0.038	0.341	1.755
	f	22	90	138	464	644	1910

Рисунок 2 – Таблица спектральной плотности мощности

Функция $DN(f)$, называемая дискретной функцией sinc , или ядром Дирихле, которая представляет собой ДВПФ прямоугольной функции. Преобразование наблюдаемой конечной последовательности представляет собой искажённую версию преобразования бесконечной последовательности. Минимальная ширина спектральных пиков взвешенной окном последовательности определяется шириной главного лепестка преобразования этого окна и не зависит от данных. Боковые лепестки преобразования окна изменяют амплитуды соседних спектральных пиков (такое явление называют просачиванием) [2, 4, 7-9]. Увеличение частоты отсчётов позволяет ослабить эффект наложения боковых лепестков. Такие же искажения будут, наблюдаться и в случае несинусоидальных сигналов. Просачивание может маскировать присутствие слабых сигналов и приводит к появлению амплитудных ошибок в спектрах дискретных сигналов [1, 3-5].

Амплитудно-частотный спектр получается на основе алгоритма – быстрое преобразование Фурье непосредственно по выборочной реализации параметра

или по его автокорреляционной функции (АКФ). Автокорреляционная функция вычисляется с использованием преобразования Винера-Хинчина. В зависимости от ширины используемого фильтра (разрешения по частоте), амплитудно-частотные спектры могут быть условно классифицированы как узкополосные и широкополосные. При анализе высокочастотной устойчивости рабочего процесса в камере газогенератора рекомендуется использовать более широкополосный спектр с шагом по частоте 40Гц. Для снижения погрешности в оценке амплитудно-частотного спектра, исходная реализация параметра умножается на взвешивающую функцию (спектральное окно). В качестве предпочтительных взвешивающих функций применяем:

- спектральное окно Ханнинга – для получения АЧС непосредственно по выборке параметра (рисунки 3 и 4);
- спектральное окно Карре – Руйе второе - при использовании АКФ. (рисунки 5 и 6).

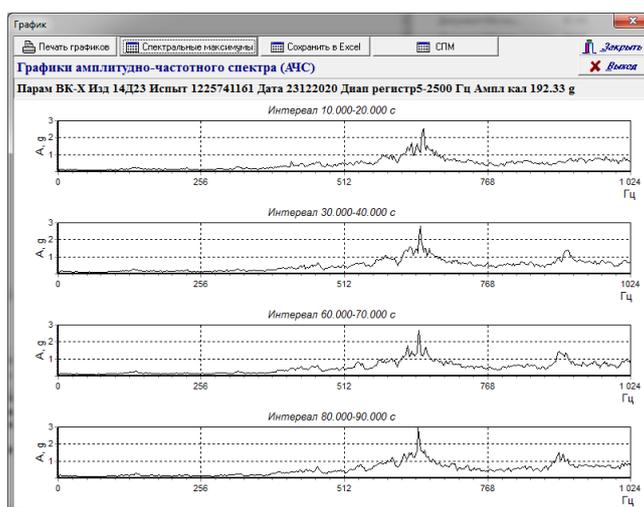


Рисунок 3 – График характеристик спектральных максимумов

Таблица

Таблица характеристик спектральных максимумов

Парам ВК-Х Изд 14Д23 Испыт 1225741161 Дата 23122020 Диап регистр5-2500 Гц Ампл кал 192.33 g

Шаг по частоте 2 Гц БПЧФ-2048 FD-40360 Гц Длина реализации 0.500 c Окно Ханнинга FКал-256 Гц

Диапазон анализа: 0-1000 Гц

Время	F	632.0	642.1	660.3	626.2	670.7	676.1	688.5	648.8	682.3	688.3	600.3	
10.000	A	2.3	1.7	1.6	1.5	1.5	1.3	1.2	1.1	1.1	1.0	1.0	
	D	0.05	0.03	0.04	0.07	0.05	0.07	0.03	0.08	0.07	0.09	0.03	0.05
20.000	F	648.2	630.4	656.7	664.0	642.9	912.2	622.6	908.8	586.5	981.1	678.8	602.6
	A	2.8	1.6	1.6	1.5	1.7	1.4	1.4	1.4	1.1	1.1	1.1	1.0
	D	0.02	0.06	0.08	0.06	0.08	0.06	0.07	0.09	0.07	0.05	0.11	0.04
30.000	F	646.6	626.7	658.4	696.0	632.2	908.6	636.5	616.5	596.0	676.4	574.8	584.1
	A	2.7	1.9	1.7	1.4	1.4	1.4	1.3	1.2	1.0	1.0	1.0	0.9
	D	0.02	0.04	0.05	0.05	0.05	0.04	0.11	0.08	0.07	0.08	0.07	0.05
40.000	F	644.0	656.4	628.5	696.6	632.2	904.6	680.9	662.7	598.1	678.4	912.0	590.8
	A	3.1	1.6	1.5	1.5	1.5	1.5	1.6	1.3	1.2	1.1	1.2	1.1
	D	0.02	0.06	0.07	0.03	0.08	0.03	0.05	0.07	0.05	0.06	0.04	0.10

Максимальная амплитуда 5.1 g на 30.000 c

Рисунок 4 – Таблица характеристик спектральных максимумов

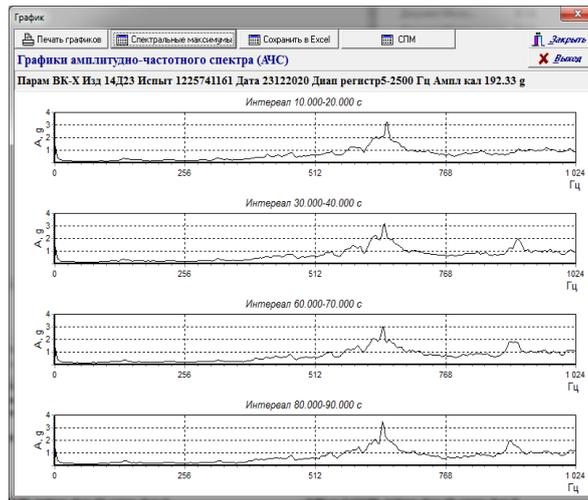


Рисунок 5 – График характеристик спектральных максимумов

Таблица

Таблица характеристик спектральных максимумов

Парам ВК-Х Изд 14Д23 Испыт 1225741161 Дата 23122020 Диап регистр 5-2500 Гц Ампл кал 192.33 г

Шаг по частоте 2 Гц АКФ-2048 FD-40960 Гц Длина реализации 0.500 с Окно Карре-Рэбе 2 FКал=256 Гц

Диапазон анализа: 0-1000 Гц

Время	F	Частоты, максимальные амплитуды и декременты													
		652.4	642.3	626.7	2.0	584.9	589.2	582.9	566.5	597.9	1022.3	922.8			
10.000-	A	3.3	2.1	2.1	1.9	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1		
	D	0.06	0.08	0.13	0.09	0.00	0.09	0.11	0.17	0.06	0.10	0.05	0.05		
20.000-	F	647.6	629.7	910.5	642.0	671.9	586.7	599.9	2.0	895.4	1041.1	973.3	929.7		
	A	3.2	2.2	2.0	1.9	1.5	1.4	1.4	1.3	1.3	1.1	1.1	1.1		
	D	0.04	0.10	0.05	0.12	0.11	0.13	0.05	0.00	0.06	0.05	0.04	0.06		
30.000-	F	645.0	627.0	657.7	895.9	905.2	995.7	679.9	2.0	976.1	968.6	696.2	703.5		
	A	3.1	2.1	2.0	1.8	1.8	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1		
	D	0.04	0.10	0.10	0.06	0.08	0.11	0.10	0.00	0.10	0.08	0.07	0.08		
40.000-	F	644.7	629.7	895.2	648.8	597.2	2.0	589.0	1042.2	1023.9	575.4	705.3	964.0		
	A	3.6	2.1	2.0	1.8	1.5	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.1	1.1		
	D	0.08	0.07	0.08	0.06	0.06	0.00	0.07	0.06	0.08	0.14	0.09	0.10		
60.000-															
70.000-															
80.000-															
90.000-															

Максимальная амплитуда: 6.9 г на 10.000 с

Рисунок 6 – Таблица характеристик спектральных максимумов

В результате расчёта быстрое преобразование Фурье по автокорреляционной функции получается спектральная плотность мощности (СПМ) [6, 8-10].

Список литературы

1. Мижеригов, В.А. Введение в информационные технологии : учеб. пособие / В.А. Мижеригов, Т.А. Юзефовичус. – М. : Информатика, 2005. – 352 с.
2. Сазонова, С.А. Алгоритм и программное обеспечение для технической диагностики и обеспечения безопасности функционирования систем газоснабжения / С.А. Сазонова // Моделирование систем и процессов. – 2017. – Т. 10, № 4. – С. 84-92.
3. Котов, П.А. Конструктивные аспекты вещественных моделей движения по инерции / П.А. Котов // Моделирование систем и процессов. – 2017. – Т. 10, № 2. – С. 13-17.

4. Штыков, Р.А. Моделирование процесса перемешивания газов системы подачи топлива / Р.А. Штыков // Моделирование систем и процессов. – 2020. – Т. 13, № 1. – С. 87-93.

5. Программный модуль быстрого преобразование Фурье Жданов А.Э. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2019617968, 25.06.2019. – Заявка №2019616838 от 07.06.2019.

6. Звягинцева, А.В. Применение методов численного моделирования для оценки безопасности на объектах общественного назначения / А.В. Звягинцева, С.А. Сазонова, В.В. Кульнева // Моделирование систем и процессов. – 2020. – Т. 13, № 3. – С. 30-42.

7. Имитатор потока ошибок в канале передачи данных при приеме цифровых радиосигналов с шестнадцатипозиционной квадратурной амплитудной манипуляцией / В.В. Лавлинский, Ю.Ю. Громов, В.Е. Дидрих, М.А. Шелковников, А.А. Провоторов // Моделирование систем и процессов. – 2019. – Т. 12, № 2. – С. 51-58

8. Имитатор потока ошибок в канале передачи данных при приеме двоичных цифровых радиосигналов / В.В. Лавлинский, Ю.Ю. Громов, И.В. Дидрих, В.Е. Дидрих, М.А. Шелковников // Моделирование систем и процессов. – 2019. – Т. 12, № 2. – С. 59-65.

9. Меерсон, В.Э. Общая характеристика моделей заряженных частиц космического пространства / В.Э. Меерсон, Г.В. Киселев // Моделирование систем и процессов. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 40-43.

10. Сазонова, С.А. Численная реализация моделей дистанционного обнаружения утечек в системах теплоснабжения / С.А. Сазонова, С.Н. Кораблин, А.В. Звягинцева // Моделирование систем и процессов. – 2020. – Т. 13, № 4. – С. 58-64.